

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky



Využití produktu *webMathematica*
ve výuce na střední škole

Usage of *webMathematica* for teaching on the secondary school

Diplomová práce

Bc. Josef LOMBART

Vedoucí práce: RNDr. Tomáš Mrkvička Ph.D.

ČESKÉ BUDĚJOVICE 2009

Abstrakt

Tato diplomová práce, která navazuje na diplomové práce pana M. Bendy a slečny V. Burianové, se zabývá využitím technologie *webMathematica* ve výuce matematiky na středních školách. Cílem diplomové práce je vypracovat témata ze středoškolské matematiky, která budou zveřejněna na internetovém portálu. Portál budou využívat pedagogičtí pracovníci i jejich studenti jako podporu při výkladu a k procvičení probírané látky.

Abstract

This diploma work is continuing to diploma work of Mr Benda and Ms Burianová and focuses on using web $Mathematica$ technology in teaching mathematics on secondary school. The aim of this work is to elaborate the topics of secondary school mathematics and upload them on the internet portal. This portal will be used by educationists and their students as a support for explanation of learning subjects and their practising.

Děkuji RNDr. Tomášovi Mrkvičkovi Ph.D. za odborné a organizační vedení při zpracování této práce. Také děkuji Richardu Rodovi za spolupráci a své manželce za podporu a trpělivost.

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách.

24.dubna 2009

Bc. Josef Lombart

Obsah

1.	Úvod	7
2.	Co je web <i>Mathematica</i> ?	9
2.1	MSP – <i>Mathematica</i> servlet pages	11
2.2	MSP specifické příkazy	12
3.	Příklad	15
4.	Témata	22
4.1	Analytická geometrie v rovině	23
4.1.1	Vektory v rovině	23
4.1.2	Zobrazení přímky v rovině	28
4.1.3	Vzájemná poloha bodu a přímky	32
4.1.4	Vzájemná poloha dvou přímek	40
4.2	Analytická geometrie v prostoru	55
4.2.1	Vektory v prostoru	55
4.2.2	Zobrazení roviny v prostoru	60
4.2.3	Vzájemná poloha bodu a přímky	65
4.2.4	Vzájemná poloha bodu a roviny	69
4.2.5	Vzájemná poloha dvou přímek	78
4.2.6	Vzájemná poloha přímky a roviny	85
4.2.7	Vzájemná poloha dvou rovin	97
5.	Webové stránky	118
6.	Závěr	121
7.	Použitá literatura a www	123

1. Úvod

Pro toto téma jsme se rozhodli hned z několika důvodů. Jako první bychom zmínili fakt, že jsme studenti učitelství matematiky a výpočetní techniky pro střední školy. Spojení obou námi studovaných oborů v naší závěrečné práci jsme tedy uvítali. Dalším důvodem je možné praktické využití našich prací především ve výuce na středních školách.

Nejsme první, kteří se tímto námětem zabývali a použili jej pro tvorbu diplomové práce. Jsme vděční našim předchůdcům, slečně V. Burianové a panu M. Bendovi, že se jako první pustili do tohoto „štafetového“ běhu a my po nich s povděkem převzali pomyslný kolík. Výsledkem jejich práce je webový portál s několika zpracovanými tématy. Přístup k nim mají všichni, kteří o ně projeví zájem. Celý projekt bude růst a bude se rozšiřovat, dokud budou vhodné okruhy ke zpracování. Jsme velmi rádi, že jsme se na tomto projektu mohli podílet. Věříme, že jsme naší diplomovou prací vytvořili nejen užitečný a plnohodnotný výukový produkt, ale také cenný materiál pro naše následovníky.

Výsledkem naší práce jsou internetové stránky se zpracovanými tématy z matematiky, které jsou veřejně přístupné na webovém portálu na adrese: <http://home.pf.jcu.cz/webMathematica/webmath/>. My sami vidíme široké spektrum využití našich stránek. Samozřejmě je nemusí používat jen učitel, člověk vedoucí hodinu, ale jsou zde i pro studenty.

Učitel by mohl stránek využít během frontální výuky, při představování nové látky apod. Spolu s počítačem a datovým projektorem by studentům mohl názorně předvést základy probírané látky, vztahy mezi jednotlivými jevy, motivovat je vhodně zvolenými příklady, ujasnit některé metody atd.

Studentům by stránky mohly posloužit jako kontrolní pomůcka v hodinách matematiky, ale spíše se přikláníme k jejich použití v domácí přípravě, k ujasnění některých pojmů, vysvětlení a kontrole probírané látky (viz. Burianová, Mrkvička 2007).

Počítač má v procesu vyučování a učení řadu předností. Výsledky a hypotézy se zobrazují, potvrzují během několika málo sekund. Například vykreslování závislosti

grafu na daném parametru, v námi zpracovaných příkladech, se dá těžko nahradit rýsováním příkladů do sešitu. Již jen časová náročnost než student, případně kantor, zkonstruuje křivku, je znatelně vyšší, než trvá vyplnění potřebných kolonek a zmáčknutí tlačítka na konkrétní internetové stránce. Žák i učitel mají tedy nekonečné množství příkladů, vypočítaných rovnic, nakreslených grafů atd. Tím žák získává větší možnosti rozvoje představivosti a hlubšího porozumění pojmů.

Protože *Mathematica* umožňuje mimo jiné zdařilé grafické výstupy, numerické i symbolické výpočty, je možné pomocí technologie web*Mathematica* vytvořit podpůrné materiály ke značné části středoškolské matematiky. Rozhodně není naším cílem přenést každou hodinu do počítačové učebny. Matematika je jedním z předmětů, do kterého se těžko zavádějí nové učební postupy, populární učební hry, motivační metody a podobně. Právě proto se nám zdá být výhodné, propojit matematiku s výpočetní technikou. Začleněním počítače do výuky můžeme dostat očekávané výsledky, kterými jsou vyšší motivace, atraktivita, okamžitá zpětná vazba, zohlednění různého tempa studentů a další.

Aby bylo použití původních, ale i nově vzniklých, vypracovaných témat jasné a pochopitelné, vytvořili jsme jednoduchý internetový portál s odkazy na zpracované stránky. Zde jsou témata přehledně seřazena a samozřejmostí je i možnost bezproblémového přidání témat dalších.

Při práci na konkrétních příkladech na jednotlivých internetových stránkách jsme se snažili o přímočarý a přehledný způsob práce. Tomu pomáhá tvorba webových stránek ve standardu xhtml a používání kaskádových stylů. Chtěli jsme, aby naši následovníci měli po prvním nahlédnutí do zdrojových kódů alespoň matnou představu o tvorbě podobných aplikací a mohli z nich posléze čerpat informace. Už jen z toho důvodu, že publikací o tvorbě podobných aplikací, založených na technologii web*Mathematica*, není mnoho.

Samozřejmě bychom byli velmi rádi, kdyby vývoj dalších aplikací na zbylá matematická témata pokračoval. Oba dva bychom se rádi věnovali výuce na střední škole a uvítali bychom možnost tuto práci využít.

2. Co je webMathematica?

Úvodem je třeba zmínit program *Mathematica*. *Mathematica* je komplexní matematický software pro technické a vědecké výpočty. Má svůj vlastní programovací jazyk, ve kterém lze psát i samostatné programy, které jsou přenositelné mezi všemi platformami.

„Umožňuje numerické i symbolické výpočty, práci s přesnými i přibližnými čísly s nastavitelnou přesností, se skaláry, vektory, maticemi i tenzory vyšších řádů, s reálnými i komplexními čísly, řešení algebraických, diferenciálních i diferencních rovnic atd. Dále umožňuje výstup v podobě dvourozměrných i třírozměrných barevných grafů s možností animace i zvukový výstup. Součástí systému je i bohatá dokumentace včetně definic, nápověd a příkladů.“ (viz. Burianová, Benda 2007)

Jak už to u profesionálních programů bývá, i *Mathematica* je komerční produkt, který podléhá licenci. Přestože je většina škol vybavena počítači, ne každá z nich si může dovolit uvolnit prostředky na nákup tohoto nástroje. Bylo by to i zbytečné, vzhledem k tomu, že existují levnější alternativy, které bohatě pokryjí nároky středoskolských studentů i učitelů.

Zde přichází na řadu webMathematica. Tato technologie umožňuje prostřednictvím internetového prohlížeče použít veškeré nástroje, které jsou dostupné v *Mathematice*. Z webové stránky je odeslán požadavek na server webMathematici, kde je zpracován výpočetním jádrem *Mathematici* a výsledky jsou předány zpět.

Rádi bychom zdůraznili možnost tvorby 3D interaktivních grafů, které lze uživateli poskytnout prostřednictvím webMathematici. Táhnutím myši, případně použitím klávesové zkratky, lze měnit velikost a orientaci grafu. Použití takových grafů je nejen názorné, ale i velice atraktivní, což je ve výuce také důležitým aspektem.

WebMathematica je založena na technologii Java Servlet a JavaServer Pages (více viz. http://documents.wolfram.com/webmathematica/v2/index_1_5.html). Vzhledem k tomu, že veškeré výpočty jsou vykonávány na straně serveru, nejsou na hardwarové vybavení počítače kladeny žádné velké nároky. Nutností je pouze internetový

prohlížeč a při použití interaktivních grafů *Java Runtime Environment*, což je standardní výbava dnešního PC.

Pro tvorbu jednodušších webových aplikací stačí základní znalost jazyka (X)HTML a práce v prostředí *Mathematici*. Máme k dispozici dva základní druhy aplikací tvořených technologií *webMathematici*. Statické a dynamické.

Statická stránka má už všechny potřebné informace obsaženy ve vlastním kódu a uživateli pouze zprostředkovává výsledky. Samozřejmě i tento druh aplikací má své opodstatnění. Například stránky s aproximací hodnot goniometrických funkcí pomocí Taylorova rozvoje. I v našich dokumentech lze nalézt části statické, nicméně největší důraz byl kladen na stránky dynamické.

Dynamická stránka umožňuje uživateli zadání hodnot, čímž může ovlivnit výsledek výpočtu. Podle našeho názoru to je zřejmě atraktivnější alternativa výukových materiálů. Právě na tomto způsobu jsou naše práce postaveny, uživatel si může takřka na každé stránce nastavit hodnoty parametrů podle vlastního uvážení a sledovat, jak se mění zobrazený výstup.

V následujících dvou podkapitolách nejprve popíšeme, jakým způsobem definovat dokument a nejdůležitější části internetové stránky. Nakonec okomentujeme podstatné MSP příkazy *webMathematici*.

2.1 MSP – *Mathematica* servlet pages

Tato kapitola je věnována objasnění způsobu definice jazyka stránky a určení značek pro *webMathematicu*. Tzn. alokování jádra, tagy vyhrazené pro vyhodnocení zápisu *webMathematicou* a značky umožňující přechod mezi proměnnými *webMathematici* a programovacího jazyka Java.

```
<%@page language="java" %>
```

Direktiva, která říká serveru, že stránka bude používat jazyk Java.

```
<%@taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
```

Hlavička souboru, která říká, že tagy s předponou *msp* jsou určeny pro *webMathematicu*.

```
<msp:allocateKernel>
```

```
</msp:allocateKernel>
```

Alokace výpočetního jádra *webMathematici*.

```
<msp:evaluate>
```

```
</msp:evaluate>
```

Příkaz mezi tagy bude vyhodnocen kernelem *webMathematici*.

Příklad:

```
<msp:evaluate>
  Sin[Pi/3]
</msp:evaluate>
```

```
<msp:get />
```

Přiřadí Java proměnné hodnotu vypočtenou *Mathematicou*.

Příklad:

```
<msp:get name="jPom" type="Double" value="Random[]" />
```

```
<msp:set />
```

Přiřadí proměnné *Mathematici* hodnotu vzniklou Java výrazem.

Příklad:

```
<msp:set name="mathPom" intValue="<%= num %>" />
```

2.2 MSP specifické příkazy

V této kapitole jsou popsány nejdůležitější MSP specifické příkazy, které lze ve *webMathematice* použít. Pro snadnější pochopení příkazů jsou připojeny konkrétní příklady ilustrující jejich funkci.

MSPBlock[{*pom*₁, *pom*₂, ...}, *body*]

Vyhodnotí proměnné *pom*₁, *pom*₂, ... a nahradí je jejich hodnotami. Pokud některá proměnná nemá přiřazenou hodnotu, tak je vrácen prázdný řetězec.

MSPBlock[{*pom*₁, *pom*₂, ...}, *body*, *defvalue*]

Vyhodnotí proměnné *pom*₁, *pom*₂, ... a nahradí je jejich hodnotami. Pokud nemá některá proměnná přiřazenou hodnotu, tak je vrácen výraz *defvalue*.

MSPExportImage[*výraz*]

Vrátí tag *img* ve formě gif obrázku. Obrázek je vytvořen pomocí příkazu *Export* v programu *Mathematica*.

Příklad:

```
MSPExportImage["Text ve formě GIF obrázku"]
```

MSPExportImage[*výraz*, *formát*]

Vrátí tag *img* ve formě obrázku s doplňujícími formátovacími parametry.

Výchozí hodnoty pro formát exportu lze nastavit pomocí proměnné `$ExportImageOptions`.

Příklad:

```
MSPExportImage[
  "Text ve formě GIF obrázku s transparentním pozadím",
  "Transparency" -> GrayLevel[1]
]
$ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1]
```

MSPFormat[*výraz*]

Příkaz pro nastavení formátu výstupu, jehož výchozí hodnoty jsou určeny proměnnou `$MSPFormatType`.

MSPFormat[výraz, formát]

Příkaz pro nastavení formátu výstupu, pomocí jednoho z formátů: OutputForm, InputForm, StandardForm, TraditionalForm, and MathMLForm.

Příklad:

```
MSPFormat[ x^2+5x-2, TraditionalFormat ]
```

MSPFormat[výraz, formát, typ]

Příkaz pro nastavení formátu výstupu. Pomocí hodnoty *typ* lze určit druh výstupu.

Příklad:

```
MSPFormat[ x + y, StandardForm, "JPEG" ]
```

MSPLive3D[]

Příkaz pro přidání interaktivního 3D grafu ve formě appletu.

Příklad:

```
MSPLive3D[
  Show[ {
    Graphics3D[
      Line[ { {0,0,0}, {1,1,1} } ]
    ]
  } ]
]
```

MSPSetDefault[pom, hodnota]

Nastavení výchozí hodnoty proměnné. Pokud ještě *pom* nemá žádnou hodnotu, je jí přiřazena *hodnota*.

MSPShow[grafika]

Příkaz pro vložení grafiky do HTML stránky.

Příklad:

```
MSPShow[ Plot[ 2*x, {x, -10, 10} ] ]
```

MSPShowAnimation[{graf₁, graf₂, graf₃, ...}]

Vloží do stránky animovaný GIF, který je vytvořen ze seznamu grafických objektů.

Příklad:

```
MSPShowAnimation[ Table[ Plot[ i*x ], {x, -5, 5}], {i, -5, 5, 0.5} ]
```

MSPToExpression[*pom*]

Interpretuje řetězec *pom* na výraz.

MSPToExpression[*pom*, *formát*]

Při interpretaci řetězce *pom* na výraz se definuje *formát*, ve kterém je napsán.

Příklad:

```
$$var = "cos(x)";  
MSPToExpression[ $$var, TraditionalForm]
```

MSPValue[*pom*]

Vrací hodnotu proměnné *pom*. Pokud nemá proměnná přiřazenou hodnotu, je vrácen prázdný řetězec.

MSPValue[*pom*, *default*]

Vrací hodnotu proměnné *pom*. Pokud nemá proměnná přiřazenou hodnotu, je jí přiřazena hodnota *default*.

Příklad:

```
MSPValueQ[ $$polomer, "5" ]
```

MSPValueQ[*var1*, *var2*, ...]

Pokud mají všechny proměnné hodnoty, je vrácena logická hodnota *True*.

Příklad:

```
If [ MSPValueQ[ $$inA ], $$inA, "Hodnota není zadána" ]
```

3. Příklad

Na dalších řádcích bychom chtěli názorně ukázat a po částech popsat funkční stránku se zpracovaným tématem. Po jejich prostudování by měl čtenář mít jasnou představu o všech nutných elementech fungující webové stránky. Jako ukázkový příklad jsme vybrali soubor `primkaA.jsp`, kde lze nalézt většinu konstrukcí, které byly v naší práci použity.

Použité značky HTML jazyka komentovat nebudeme, to není tématem naší diplomové práce. Zaměříme se pouze na tagy pro *webMathematicu*, případně na značky podmiňující dynamičnost stránky apod.

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN" "http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs"
xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - bod a přímka</title>
</head>
<body>
<div class="stred">
  <form action="primkaA.jsp" method="post">
```

HTML tag pro interaktivní webový dokument.

<form> - definice formuláře, který je součástí naší internetové stránky

action="primkaA.jsp" – příjemce bude stránka primka.jsp

method="post" – způsob přenosu stránky mezi serverem a klientským PC

<msp:allocateKernel>

Od tohoto místa v dokumentu bude připraveno jádro webMathematici pro výpočty na stránce.

```
<div class="center">
  <h1>Závislost obecné přímky na parametrech. </h1>
</div>
<div class="blok">
  <div class="zadani">
    <h1>Přímka</h1>
    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm["ax + by + c = 0",
        FontSize -> 16], "Transparency" -> GrayLevel[1]]
    </msp:evaluate>
```

Mezi tagy <msp:evaluate> se zapisují části kódu webové stránky, které jsou určeny pro zpracování webMathematicou.

MSPExportImage[] – Příkaz pro vrácení obrázku s obsahem definovaným v hranatých závorkách.

V našem případě se jedná o zápis vzorce "ax + by + c = 0" o velikosti 16px. Obrázek bude mít průhledné veškeré části s hodnotou GrayLevel[1], což značí bílou barvu.

```
</div>
<div class="input">
  <input name="a" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[ $\$a$ , "2"]</msp:evaluate>" />
```

HTML tag pro definici vstupního pole formuláře.
name="a" – název proměnné formu, ke které lze přistupovat pomocí prefixu \$\$.
value – hodnota vstupního pole.
MSPValue[$\$a$, "2"] – webMathematica příkaz pro nastavení proměnné $\$a$ na počáteční hodnotu 2.

```
x +
  <input name="b" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[ $\$b$ , "2"]</msp:evaluate>" />
y +
  <input name="c" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[ $\$c$ , "1"]</msp:evaluate>" />
= 0
```



```

<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$c}, a=$$a; b=$$b; c=$$c;]

```

MSPBlock[] – Zjistí, jestli mají proměnné ve složených závorkách hodnotu. Pokud ano, tak vykoná kód v druhé části příkazu. Ten nám umožňuje přistupovat k formulářovým proměnným bez užití prefixu \$\$.

```

</msp:evaluate>
</div>
</div>
<div class="blok">
  <div class="zadani">
    <h1>Meze parametru</h1><br /><br />
  </div>
  <div class="input">
    dolní mez = <input name="dolni" size="1" value=
" <msp:evaluate>MSPValue[$$dolni, "-2"]</msp:evaluate>"
/><br />
    horní mez = <input name="horni" size="1" value=
" <msp:evaluate>MSPValue[$$horni, "2"]</msp:evaluate>" />
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$horni, $$dolni},
horni=$$horni; dolni=$$dolni;]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!"
/> <br /><br />

```

HTML tag pro definici tlačítka.

Zmáčknutím tlačítka odešleme vyplněné údaje ke zpracování.

```

<input type="radio" name="par" value="parA"
<msp:evaluate>If[ $$par === "parA",
"checked=\"checked\""]</msp:evaluate> /> parametr
<strong>a</strong><br />

```

HTML tag pro definici přepínače.

name="par" – název tlačítka (všechny přepínače skupiny mají stejnou hodnotu)

value="parA" – hodnota, kterou získá při jeho aktivaci

```

If[ $$par === "parA", "checked=\"checked\""]

```

Pokud má proměnná \$\$par hodnotu "parA", tak je přepínač aktivován.

```

Needs["Graphics`ImplicitPlot`"];

```

Needs[] – Příkaz pro import standardního balíčku Mathematici k použití na aktuální stránce, v tomto případě se jedná o příkaz ImplicitPlot z balíčku Graphics.

```

</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  jeA = $$par=="parA";
  jeB = $$par=="parB";
  jeC = $$par=="parC";
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$par},
  If[jeA,
    MSPShowAnimation[
      Table[
        ImplicitPlot[{i*x + b*y + c == 0},
          {x, -10, 10}, AspectRatio->Automatic,
          PlotStyle -> {Thickness[0.01]},
          PlotRange ->{{-10,10},{-10,10}},
          ImageSize->{350,350}, AxesLabel->{x,y},
          {i,dolni,horni, (Abs[dolni-horni]/25)}]],

```

MSPShowAnimation[] – Příkaz, který vytvoří animovaný GIF obrázek ze seznamu grafů.

```

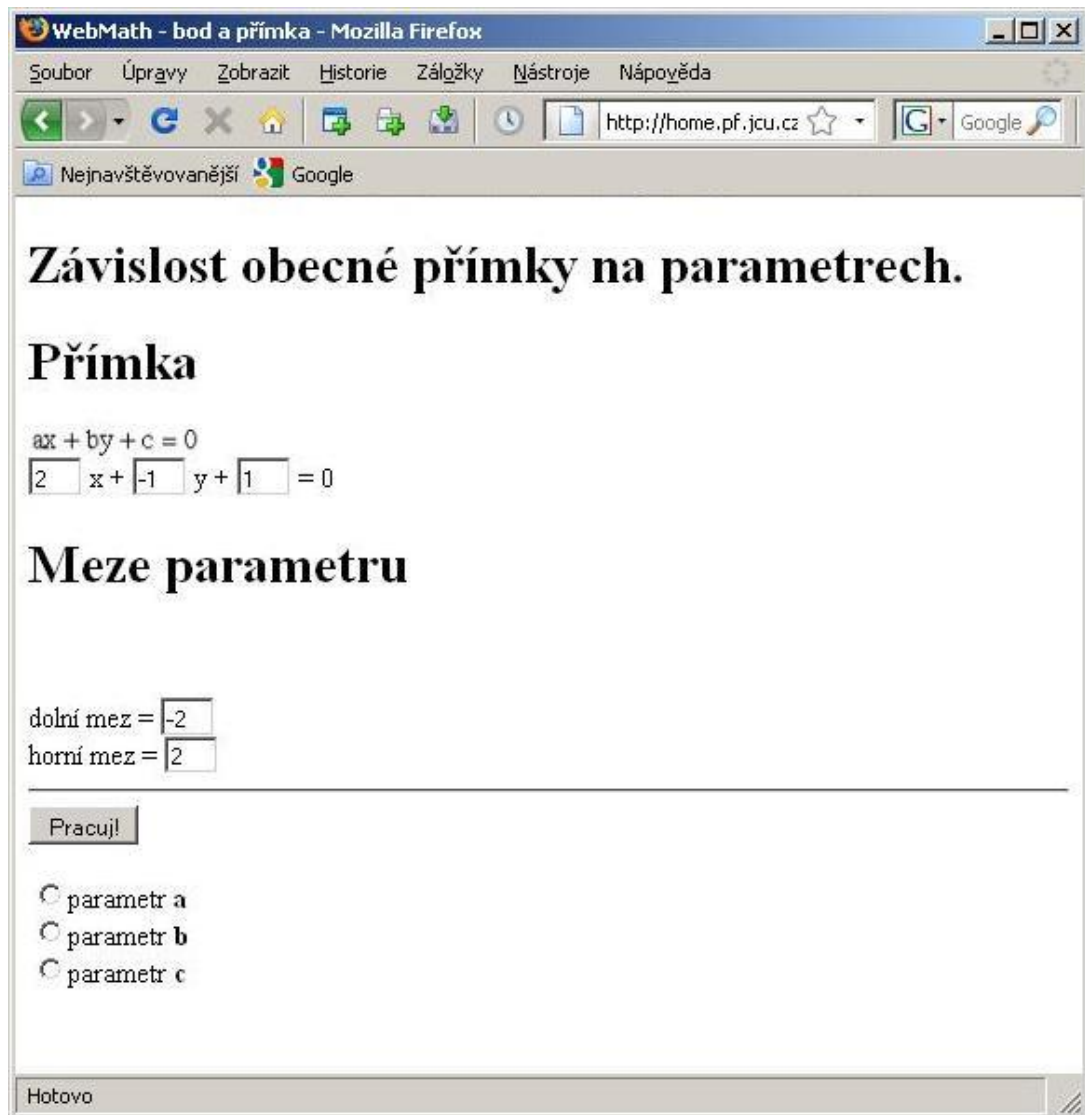
  If[jeB,
    MSPShowAnimation[
      Table[
        ImplicitPlot[{a*x + i*y + c == 0},
          {x, -10, 10}, AspectRatio->Automatic,
          PlotStyle -> {Thickness[0.01]},

```

```
PlotRange ->{{-10,10},{-10,10}},
ImageSize->{350,350}, AxesLabel->{x,y}},
{i,dolni,horni,(Abs[dolni-horni]/25)}}],
MSPShowAnimation[
Table[
ImplicitPlot[{a*x + b*y + i == 0},
{x, -10, 10}, AspectRatio->Automatic,
PlotStyle -> {Thickness[0.01]},
PlotRange -> {{-10,10},{-10,10}},
ImageSize->{350,350}, AxesLabel->{x,y}},
{i,dolni,horni,(Abs[dolni-horni]/25)}}]]]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>


Uvolnění přiděleného jádra webMathematici.


</form>
</div>
</body>
</html>
```



Obrázek 3-1 – Zobrazená stránka v internetovém prohlížeči.

WebMath - bod a přímka - Mozilla Firefox

Soubor Úpravy Zobrazit Historie Záložky Nástroje Nápověda

Závislost obecné přímky na parametrech.

Přímka

$$ax + by + c = 0$$
$$2x + (-1)y + 1 = 0$$

Meze parametru

dolní mez =

horní mez =

Pracuj!

parametr a

parametr b

parametr c

Hotovo

Obrázek 3-2 - Stránka po vybrání parametru b a stisknutí tlačítka.

4. Témata

Jako hlavní téma své diplomové práce jsem zvolil analytickou geometrii. Při své dosavadní praxi jsem zjistil, že studenti mají velké problémy s prostorovou představivostí. Domnívám se, že se díky mnou vypracovaným materiálům studenti naučí lépe vnímat prostor a představit si konkrétní příklady incidence základních geometrických útvarů.

Zpracoval jsem příklady na vzájemnou polohu bodu a přímky v rovině a na vzájemnou polohu bodu, přímky a roviny v prostoru. Příklady jistě přijdou vhod i učitelům jako názorná pomůcka při výkladu nové látky.


Výhodou příkladů v prostoru je možnost znázornění pomocí 3D interaktivních grafů. To znamená, že je možné graf libovolně natáčet a přibližovat. Student tak může pozorovat výsledek z různých úhlů pohledu a bez počítání zjistit, jak konkrétní situace dopadne.

4.1 Analytická geometrie v rovině

V této kapitole se řeší práce s vektory, průnik bodu s přímkou a dvou přímek. Pro pohodlí uživatele lze přímku zadávat v obecném i parametrickém vyjádření. Výsledkem je grafické znázornění výsledku, společně s numerickým řešením.


4.1.1 Vektory v rovině

Tento příklad se zabývá operacemi s vektory. Po zadání hodnot vektorů a stisknutí tlačítka „Pracuj!“ získá uživatel graf se zobrazením vektorů a výsledky operací: skalární součin, součet a rozdíl vektorů a jejich odchylku. Pro ilustraci lze zapnout zobrazení součtu, rozdílu vektorů nebo obou možností.



Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole

Vektory v rovině.



<< ZPĚT

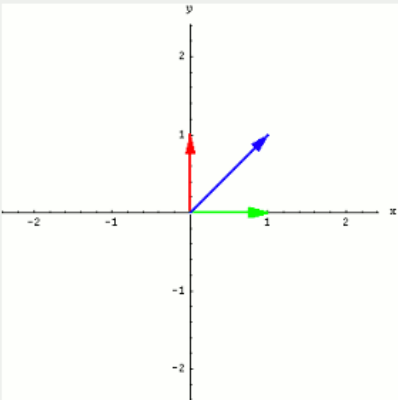
Vektor

$u = (\text{0} , \text{1})$

Vektor

$v = (\text{1} , \text{0})$

Součet vektorů
 Rozdíl vektorů



Výsledky

Skalární součin: 0
 Odchylka vektoru: 90°
 Součet vektoru: {1, 1}
 Rozdíl vektoru: {-1, 1}

Obrázek 4-1 - Vektory v rovině.

Zdrojový kód

```

<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - vektory v rovině</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="../index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="vektory2D.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <div class="center">
    <h1>Vektory v rovině.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="red">Vektor</h1>
    </div>
    <div class="input">
      <i>u</i> = (
        <input name="u1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u1,"0"]</msp:evaluate>" /> ,
        <input name="u2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u2,"1"]</msp:evaluate>" />)
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$u1,$$u2},u1=$$u1;u2=$$u2;]
      </msp:evaluate>
    </div>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="green">Vektor</h1>
    </div>
    <div class="input">
      <i>v</i> = (
        <input name="v1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v1,"1"]</msp:evaluate>" /> ,

```



```

    <input name="v2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$v2,"0"}</msp:evaluate>" />
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$v1,$$v2},v1=$$v1;v2=$$v2;]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
  <input type="checkbox" name="soucet"
    <msp:evaluate>If[ $$soucet === "on",
"checked=\"checked\""]</msp:evaluate> />Součet vektorů
  <input type="checkbox" name="rozdil"
    <msp:evaluate>If[ $$rozdil === "on",
"checked=\"checked\""]</msp:evaluate> />Rozdíl vektorů
  </div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      Needs["Graphics`Arrow`"];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$v1, $$v2},
        OO={0, 0};U={u1, u2};V={v1, v2};
        UpV={u1+v1, u2+v2};UmV={u1-v1, u2-v2};
        absu=Norm[U]; absv=Norm[V]; absUpV=Norm[UpV];
        absUmV=Norm[UmV];
        If[absUpV>absUmV, s=absUpV+1, s=absUmV+1];
        vektoru=Graphics[{Thickness[.009],Red,Arrow[OO,U]};];
        vektorv=Graphics[{Thickness[.009],Green,Arrow[OO,V]};];
        If[ $$soucet === "on",
          vektorUpV=Graphics[{Thickness[.008],Blue,Arrow[OO, UpV]};],
          vektorUpV=Graphics[{PointSize[0.000001],White, Point[OO]}]
        ];
        If[ $$rozdil === "on",
          vektorUmV = Graphics[{Thickness[.008], Orange,
            Arrow[OO,UmV]};],
          vektorUmV = Graphics[{PointSize[0.000001], White,
            Point[OO]}]
        ];
        MSPShow[Show[{vektoru, vektorv, vektorUpV, vektorUmV},
          ImageSize -> {350, 350}, AspectRatio -> Automatic,
          Axes -> True, AxesLabel -> {"x", "y"},
          PlotRange-> {{-s,s},{-s,s}}
        ]
      ]
    </msp:evaluate>
  </div>

```

```

<div id="vysledky">
  <h1>Výsledky</h1> <br /><br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$v1, $$v2},
      MSPExportImage[StyleForm["Skalární součin: ",
        FontSize -> 16], "Transparency" -> GrayLevel[1]]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$v1, $$v2},
      MSPExportImage[StyleForm[ss={u1,u2}.{v1,v2},
        FontSize -> 16], "Transparency" -> GrayLevel[1]]
    ]
  </msp:evaluate>
  <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$v1, $$v2},
      MSPExportImage[StyleForm["Odchylka vektoru: ",
        FontSize -> 16], "Transparency" -> GrayLevel[1]]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$v1, $$v2},
      MSPExportImage[StyleForm[Round[
        N[ArcCos[Abs[ss]/(absu*absv)]] 180/Pi] Degree,
        FontSize -> 16], "Transparency" -> GrayLevel[1]]
    ]
  </msp:evaluate>
  <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$v1, $$v2},
      MSPExportImage[StyleForm["Soucet vektoru: ",
        FontSize -> 16], "Transparency" -> GrayLevel[1]]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$v1, $$v2},
      MSPExportImage[StyleForm[UpV,
        FontSize -> 16], "Transparency" -> GrayLevel[1]]
    ]
  </msp:evaluate>
  <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$v1, $$v2},
      MSPExportImage[StyleForm["Rozdil vektoru: ",
        FontSize -> 16], "Transparency" -> GrayLevel[1]]
    ]
  </msp:evaluate>

```

```

<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$v1, $$v2},
    MSPExportImage[StyleForm[UmV,
      FontSize -> 16], "Transparency" -> GrayLevel[1]]
    ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```

Komentář


Po importování balíčku *Graphics`Arrow`* je v *Mathematice* přístupný příkaz *Arrow*, který jsem použil k vykreslení šipek. Pokud je skalární násobení jednoznačné, stačí použít operátor násobení. V ostatních případech je k dispozici příkaz *Dot*.

Další novinkou je použití formulářového prvku typu „checkbox“. Po zatrhnutí tlačítka „Součet vektorů“ je proměnné *\$\$soucet* přiřazena hodnota "on". Aby se zaškrtnutí při znovunačtení stránky neztratilo, je vyhodnocen výraz:

```
If[ $$soucet === "on", "checked=\"checked\""]
```


4.1.2 Zobrazení přímky v rovině

Tento příklad řeší zobrazení přímky v rovině v závislosti na jejích parametrech. Uživatel zadá obecné vyjádření přímky. Určením dolní a horní meze vyjádří, v jakém rozmezí se bude parametr pohybovat. Pokud jsou meze zadány chybně, jsou automaticky nastaveny na interval od -2 do 2. Nakonec uživatel vybere, který parametr se má měnit, a výsledek získá po zmáčknutí tlačítka „Pracuj!“. Zobrazí se pohyblivý obrázek znázorňující danou závislost.



Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole

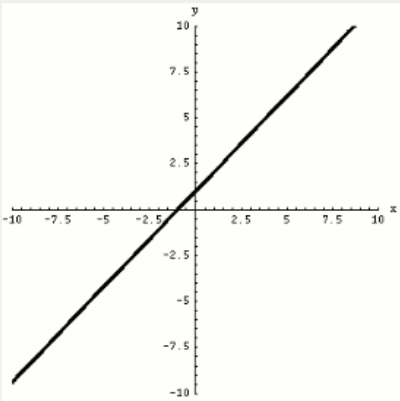
Závislost obecné přímky na parametrech.



Přímka $ax + by + c = 0$ $x +$ $y +$ $= 0$

Meze parametru dolní mez =
horní mez =

parametr **a**
 parametr **b**
 parametr **c**



Obrázek 4-2 - Zobrazení přímky v závislosti na daném parametru.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
```

```

<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - bod a přímka</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="../index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="primkaA.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <div class="center">
    <h1>Závislost obecné přímky na parametrech.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1>Přímka</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["ax + by + c = 0",
          FontSize -> 16], "Transparency" -> GrayLevel[1]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      <input name="a" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a, "2"]</msp:evaluate>" /> x +
      <input name="b" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b, "-1"]</msp:evaluate>" /> y +
      <input name="c" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$c, "1"]</msp:evaluate>" /> = 0
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$a, $$b, $$c}, a=$$a; b=$$b; c=$$c;]
      </msp:evaluate>
    </div>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1>Meze parametru</h1><br /><br />
    </div>
    <div class="input">
      dolní mez = <input name="dolni" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$dolni, "-2"]</msp:evaluate>" /><br />
      horní mez = <input name="horni" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$horni, "2"]</msp:evaluate>" />

```

```

    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$horni,$$dolni},horni=$$horni;dolni=$$dolni;]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
  <br /><br />
  <input type="radio" name="par" value="parA"
    <msp:evaluate>If[ $$par === "parA",
"checked=\"checked\""</msp:evaluate> />
    parametr <strong>a</strong><br />
    <input type="radio" name="par" value="parB"
      <msp:evaluate>If[ $$par === "parB",
"checked=\"checked\""</msp:evaluate> />
      parametr <strong>b</strong><br />
      <input type="radio" name="par" value="parC"
        <msp:evaluate>If[ $$par === "parC",
"checked=\"checked\""</msp:evaluate> />
        parametr <strong>c</strong><br />
    </div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      Needs["Graphics`ImplicitPlot`"];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      jeA = $$par=="parA";
      jeB = $$par=="parB";
      jeC = $$par=="parC";
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      If [ !(dolni < horni),
        dolni = -2; horni = 2;
        MSPEExportImage[
          StyleForm["Parametr leží v intervalu <-2, 2> ",
            FontSize -> 16]
        ]
      ]
    </msp:evaluate><br />
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$par},
        If[jeA,
          MSPShowAnimation[
            Table[
              ImplicitPlot[{i*x + b*y + c == 0}, {x, -10, 10},

```

```


      AspectRatio -> Automatic, PlotStyle ->
      {Thickness[0.01]}, PlotRange -> {{-10,10},{-10,10}},
      ImageSize->{350,350}, AxesLabel -> {x,y}},
      {i,dolni,horni, (Abs[dolni-horni]/25)}
    ]
  ],
  If[jeB,
    MSPShowAnimation[
      Table[
        ImplicitPlot[{a*x + i*y + c == 0}, {x, -10, 10},
          AspectRatio->Automatic, PlotStyle ->
          {Thickness[0.01]}, PlotRange ->{{-10,10},{-10,10}},
          ImageSize->{350,350}, AxesLabel->{x,y}},
        {i,dolni,horni, (Abs[dolni-horni]/25)}
      ]
    ],
    MSPShowAnimation[
      Table[
        ImplicitPlot[{a*x + b*y + i == 0}, {x, -10, 10},
          AspectRatio->Automatic, PlotStyle ->
          {Thickness[0.01]}, PlotRange ->{{-10,10},{-10,10}},
          ImageSize->{350,350}, AxesLabel->{x,y}},
        {i,dolni,horni, (Abs[dolni-horni]/25)}
      ]
    ]
  ]
]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```

4.1.3 Vzájemná poloha bodu a přímky


V této kapitole se uživatel naučí určit vzájemnou polohu bodu a přímky. V prvním příkladě je přímka zadána pomocí obecného vyjádření, v druhém je zadána parametricky. Po zadání přímky a bodu uživatel získá grafické vyjádření jejich polohy. Pro doplnění je uvedeno i vyjádření dané přímky druhým způsobem. V případě, že bod na přímce neleží, je vypočtena jeho vzdálenost od přímky.

Vzájemná poloha obecně zadané přímky a bodu v rovině



**Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole**

Vzájemná poloha přímky a bodu v rovině.



<< ZPĚT

Přímka $ax + by + c = 0$

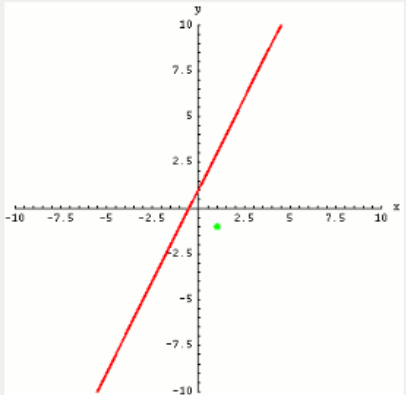
$$2x + (-1)y + 1 = 0$$

$$x = t - \frac{1}{2}$$

$$y = 2t$$

Bod

B = [,]



Výsledky

Bod neleží na přímce

Vzdálenost bodu od přímky je: $\frac{4}{\sqrt{5}} = 1.78885$

Obrázek 4-3 – Obecně vyjádřená přímka a bod v rovině.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
```



```

<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - bod a přímka</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="../index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="primkaBod.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha přímky a bodu v rovině.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="red">Přímka</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["ax + by + c = 0",
          FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      <input name="a" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a,"2"]</msp:evaluate>" /> x +
      <input name="b" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b,"-1"]</msp:evaluate>" /> y +
      <input name="c" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$c,"1"]</msp:evaluate>" /> = 0
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$a, $$b, $$c}, a=$$a; b=$$b; c=$$c; ]
      </msp:evaluate>
      <msp:evaluate>
        If [a==0,
          a1=0; a2=-c/b,
          a1=-c/a; a2=0
        ];
        MSPBlock[{$$a1, $$a2}, a1=$$a1; a2=$$a2; ]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <br />
  </div>
  </div>

```

```

    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm[x == a1 - b*t, FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
    <br />
    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm[y == a2 + a*t, FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<div class="blok">
  <div class="zadani">
    <h1 class="green">Bod</h1>
  </div>
  <div class="input">
    B = [<input name="b1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[ $$$$b1$ , "1"]</msp:evaluate>" />,
    <input name="b2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[ $$$$b2$ , "-1"]</msp:evaluate>" />]
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[ $$$$b1, $$$b2$ , b1= $$$$b1$ ; b2= $$$$b2$ ;]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[ $$$$a, $$$b, $$$c, $$$b1, $$$b2$ ,
        MSPShow[Show[
          ParametricPlot[ $\{a1-b t, a2+a t\}, \{t, -10, 10\}$ ,
            PlotStyle -> { Thickness[0.008], RGBColor[1,0,0]},
            AspectRatio -> Automatic, ImageSize -> {350,350},
            PlotRange->  $\{\{-10, 10\}, \{-10, 10\}\}$ ,
            AxesLabel -> {"x", "y"}],
          Graphics[ $\{PointSize[0.02], RGBColor[0,1,0],$ 
            Point[ $\{b1, b2\}\}$ ]]]
        ]
      ]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<div id="vysledky">
  <h1>Výsledky</h1> <br /><br />
  <msp:evaluate>
    pom = Solve[ $\{b1 == a1 - b t, b2 == a2 + a t\}, \{t\}$ ;
    MSPBlock[ $$$$a, $$$b, $$$c, $$$b1, $$$b2$ ,

```

```

    If [pom!={},
      MSPExportImage[StyleForm["Bod lezi na přímce",
        FontSize -> 16]],
      MSPExportImage[StyleForm["Bod neleží na přímce",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$b1, $$b2},
    If [pom=={},
      MSPExportImage[StyleForm["Vzdálenost bodu od přímky je: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$b1, $$b2},
    If [pom=={},
      vzdalenost = Abs[a*b1 + b*b2 + c] / Sqrt[a^2 + b^2];
      MSPExportImage[StyleForm[vzdalenost, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$b1, $$b2},
    If [pom=={},
      MSPExportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$b1, $$b2},
    If [pom=={},
      MSPExportImage[StyleForm[N[vzdalenost],
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```

Komentář


V úvodní části příkladu je uveden příkaz:

```
$ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];,
```

který nastavuje, že všechny obrázky generované pomocí příkazu *MSPExportImage* budou mít průhledné pozadí.


Graf je vytvořen ze dvou instancí typu *graphics*. První vznikne pomocí příkazu *ParametricPlot*, druhý pomocí příkazu *Graphics*. Pro zobrazení obou grafů je třeba použít příkaz *MSPShow*, který oba dva grafy spojí do jednoho.

Vzájemná poloha parametricky zadané přímky a bodu v rovině



Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole

Vzájemná poloha přímky a bodu v rovině.



<< ZPĚT

Přímka $\vec{X} = A + \vec{u} t$

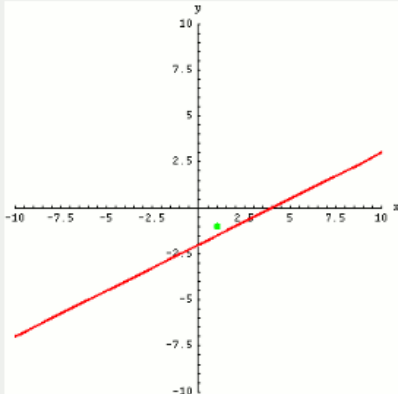
$$x = 2 + 2t$$

$$y = -1 + 1t, t \in \mathbb{R}$$

$$x - 2y - 4 = 0$$

Bod

,



Výsledky

Bod neleží na přímce

Vzdálenost bodu od přímky je: $\frac{1}{\sqrt{5}} = 0.447214$

Obrázek 4-4 – Parametricky vyjádřená přímka a bod v rovině.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
```

```
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOVS-1250" %>
```

```

<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - bod a přímka</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="../index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="primkaPBod.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha přímky a bodu v rovině.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="red">Přímka</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["!\!(\ (X\& -> \) = A + \ (u\& -> \)
t)", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      x = <input name="a1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="b" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b,"2"]</msp:evaluate>" /> t<br />
      y = <input name="a2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a2,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="a" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a,"1"]</msp:evaluate>" /> t
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["", t \[Element] R", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate><br />
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$a,$$b,$$a1,$$a2},a=$$a;b=$$b;a1=$$a1;a2=$$a2];
      </msp:evaluate>
    </div>
  </div>
  <msp:evaluate>

```

```

    c = b*a2 - a*a1;
    MSPBlock[{$$c},c=$$c];
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$a1, $$a2, $$b1, $$b2},
    MSPExportImage[StyleForm[a*x - b*y + c == 0, FontSize -> 16]]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
<div class="blok">
  <div class="zadani">
    <h1 class="green">Bod</h1>
  </div>
  <div class="input">
    B = [<input name="b1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b1,"1"]</msp:evaluate>" />,
    <input name="b2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b2,"-1"]</msp:evaluate>" />]
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$b1, $$b2},b1=$$b1;b2=$$b2;]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$a1, $$a2, $$b1, $$b2},
        MSPShow[Show[
          ParametricPlot[{a1 + b*t,a2 + a*t}, {t, -10,10},
            PlotStyle -> { Thickness[0.008], RGBColor[1,0,0]},
            AspectRatio -> Automatic, ImageSize ->{350,350},
            PlotRange-> {{-10,10},{-10,10}}, AxesLabel -> {"x", "y"}],
          Graphics[{PointSize[0.02],RGBColor[0,1,0],Point[{b1,b2}]}]
        ]
      ]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<div id="vysledky">
  <h1>Výsledky</h1> <br /><br />
  <msp:evaluate>
    pom = Solve[{b1 == a1 + b*t, b2 == a2 + a*t}, {t}];
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$a1, $$a2, $$b1, $$b2},

```

```


    If [pom=={},
      MSPExportImage[StyleForm["Bod neleží na přímce",
        FontSize -> 16]],
      MSPExportImage[StyleForm["Bod leží na přímce",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$a1, $$a2, $$b1, $$b2},
    If [pom=={},
      MSPExportImage[StyleForm["Vzdálenost bodu od přímky je: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$a1, $$a2, $$b1, $$b2},
    If [pom=={},
      vzdalenost = Abs[a*b1 - b*b2 + c] / Sqrt[a^2 + b^2];
      MSPExportImage[StyleForm[vzdalenost, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$a1, $$a2, $$b1, $$b2},
    If [pom=={},
      MSPExportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$a1, $$a2, $$b1, $$b2},
    If [pom=={},
      MSPExportImage[StyleForm[N[vzdalenost], FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```

4.1.4 Vzájemná poloha dvou přímek


V této kapitole si uživatel procvičí určení vzájemné polohy dvou přímek. Po zadání parametrů je zobrazeno grafické vyjádření jejich polohy. Pokud jsou přímky různoběžné, je vypočten jejich průsečík a odchylka. První příklad je pro dvě přímky zadané obecným vyjádřením, druhý kombinací obecného a parametrického vyjádření a třetí parametrickým vyjádřením obou přímek.

Vzájemná poloha dvou obecně vyjádřených přímek v rovině



Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole

Vzájemná poloha dvou přímek v rovině.



Přímka $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$

$$2x + (-1)y + 1 = 0$$

$$x = t - \frac{1}{2}$$

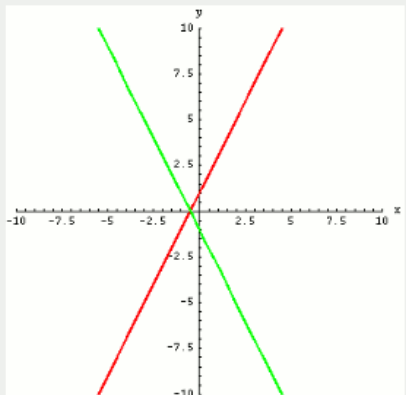
$$y = 2t$$

Přímka $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$

$$2x + 1y + 1 = 0$$

$$x = -s - \frac{1}{2}$$

$$y = 2s$$



Výsledky

Přímky jsou různoběžné

$$P = \left\{ -\frac{1}{2}, 0 \right\}$$

Odchylka přímek: 53°

Obrázek 4-5 – Dvě obecně vyjádřené přímky v rovině.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
```



```

<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - přímky v rovině</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="../index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="primkaPrimka.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha dvou přímek v rovině.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="red">Přímka</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["!\(\(a\_1\) x + \(\b\_1\) y +
\(\c\_1\) = 0\) ", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      <input name="a" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a,"2"]</msp:evaluate>" /> x +
      <input name="b" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b,"-1"]</msp:evaluate>" /> y +
      <input name="c" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$c,"1"]</msp:evaluate>" /> = 0
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$a, $$b, $$c}, a=$$a; b=$$b; c=$$c; ]
      </msp:evaluate>
      <msp:evaluate>
        If [a==0,
          a1=0; a2=-c/b,
          a1=-c/a; a2=0
        ];
        MSPBlock[{$$a1, $$a2}, a1=$$a1; a2=$$a2; ]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <br />
  </div>
  </div>

```

```

    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm[x == a1 - b*t, FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
    <br />
    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm[y == a2 + a*t, FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<div class="blok">
  <div class="zadani">
    <h1 class="green">Přímka</h1>
    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm["!\(\(a\_2\) x + \(\b\_2\) y +
        \(\c\_2\) = 0\)\"", FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
  </div>
  <div class="input">
    <input name="aa" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$aa,"2"]</msp:evaluate>" /> x +
    <input name="bb" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$bb,"1"]</msp:evaluate>" /> y +
    <input name="cc" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$cc,"1"]</msp:evaluate>" /> = 0
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$aa,$$bb,$$cc},aa=$$aa;bb=$$bb;cc=$$cc;]
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      If [aa==0,
        b1=0; b2=-c/b,
        b1=-c/a;b2=0
      ];
      MSPBlock[{$$b1,$$b2},b1=$$b1;b2=$$b2;]
    </msp:evaluate>
    <br />
    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm[x == b1 - bb*s, FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
    <br />
    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm[y == b2 + aa*s, FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />

```

```

</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      n = {a, b}; m = {aa, bb};
      absn = Norm[n]; absm = Norm[m]; nm=n.m;
      normn = Normalize[n]; normm = Normalize[m];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$aa, $$bb, $$cc},
        MSPShow[
          ParametricPlot[{{a1-b*t, a2+a*t},{b1-bb*t,b2+aa*t}},
            {t, -10, 10}, PlotStyle -> {{Thickness[0.008],
              RGBColor[1,0,0]}, {Thickness[0.008], RGBColor[0,1,0]}}},
            AspectRatio -> Automatic, ImageSize -> {350, 350},
            PlotRange -> {{-10, 10}, {-10, 10}},
            AxesLabel -> {"x", "y"}]
        ]
      ]
    </msp:evaluate>
  </div>
  <div id="vysledky">
    <h1>Výsledky</h1> <br /><br />
    <msp:evaluate>
      pom = Solve[{a*x+b*y+c == 0, aa*x+bb*y+cc == 0}, {x, y}];
      p1 = x /. pom[[1, 1]]; p2 = y /. pom[[1, 2]]; P = {p1, p2};
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$aa, $$bb, $$cc},
        If [pom!={},
          MSPEXportImage[StyleForm["Prímky jsou ruznobežné",
            FontSize -> 16]],
          MSPEXportImage[StyleForm["Prímky jsou rovnobežné",
            FontSize -> 16]]
        ]
      ]
    </msp:evaluate>
    <br />
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$aa, $$bb, $$cc},
        If [pom!={},
          MSPEXportImage[StyleForm["P = ", FontSize -> 16]]
        ]
      ]
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$aa, $$bb, $$cc},
        If [pom!={},
          MSPEXportImage[StyleForm[P, FontSize -> 16]]
        ]
      ]
    ]
  ]

```

```

</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$aa, $$bb, $$cc},
    If [pom!={},
      MSPEXportImage[StyleForm["Odchylka přímek: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$aa, $$bb, $$cc},
    If [pom!={},
      fi = Round[N[ArcCos[Abs[n.m]/(absn*absm)]] 180/Pi];
      MSPEXportImage[StyleForm[fi Degree, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>


```

Komentář

Pomocí příkazu *Solve* vyřeším soustavu rovnic danou obecným vyjádřením daných přímek. Pokud má soustava řešení, je proměnné *pom* přiřazen výsledek ve tvaru " $\{x \rightarrow x_1, y \rightarrow y_1\}$ ". V opačném případě je proměnné přiřazen řetězec "{}", který značí prázdnou množinu. Na základě proměnné *pom* lze snadno rozhodnout, jestli jsou přímky různoběžné a případně zobrazit souřadnice průsečíku.


K zápisu dolních indexů v obecném vyjádření roviny jsem použil řetězec " $\{a_{11} x + b_{11} y + c_{11} = 0\}$ ", který jsem získal vykopírováním předformátovaného zápisu z prostředí *Mathematici*.

Vzájemná poloha parametricky a obecně vyjádřené přímky v rovině



Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole

Vzájemná poloha dvou přímek v rovině.



Přímka $ax + by + c = 0$

$$2x + \frac{1}{2}y + 1 = 0$$

$$x = t - \frac{1}{2}$$

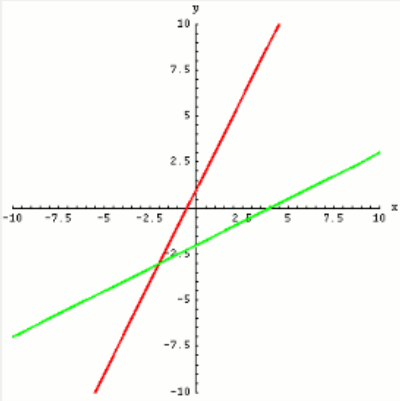
$$y = 2t$$

Přímka $\vec{X} = \vec{A} + \vec{u}t$

$$x = 2 + 2t$$

$$y = -1 + t, t \in \mathbb{R}$$

$$x - 2y - 4 = 0$$



Výsledky

Přímky jsou různoběžné
 $P = \{-2, -3\}$
 Odchylka přímek: 37°

Obrázek 4-6 – Parametricky a obecně zadané přímky v rovině.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - přímky v rovině</title>
</head>
```

```

<body>
<div id="zpet">
  <a href="../index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="primkaPrimkaP.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha dvou přímek v rovině.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="red">Přímka</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["ax + by + c = 0", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      <input name="a" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a,"2"]</msp:evaluate>" /> x +
      <input name="b" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b,"-1"]</msp:evaluate>" /> y +
      <input name="c" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$c,"1"]</msp:evaluate>" /> = 0
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$a,$$b,$$c},a=$$a;b=$$b;c=$$c;]
      </msp:evaluate>
      <msp:evaluate>
        If [a==0,
          a1=0; a2=-c/b,
          a1=-c/a;a2=0
        ];
        MSPBlock[{$$a1,$$a2},a1=$$a1;a2=$$a2;]
      </msp:evaluate>
      <br />
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm[x == a1 - b*t, FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
      <br />
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm[y == a2 + a*t, FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">

```

```

<h1 class="green">Přímka</h1>
<msp:evaluate>
  MSPExportImage[StyleForm["\!\(\(X\& -> \) = A + \(\u\& -> \)
t\)", FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
</div>
<div class="input">
  x = <input name="aa1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$aa1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
  <input name="bb" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$bb,"2"]</msp:evaluate>" /> t<br />
  y = <input name="aa2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$aa2,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
  <input name="aa" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$aa,"1"]</msp:evaluate>" /> t
  <msp:evaluate>
    MSPExportImage[StyleForm[" t \[Element] R", FontSize -> 16]]
  </msp:evaluate><br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$aa,$$bb,$$aa1,$$aa2},
      aa=$$aa;bb=$$bb;aa1=$$aa1;aa2=$$aa2];
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    cc = bb*aa2 - aa*aa1;
    MSPBlock[{$$cc},cc=$$cc];
  </msp:evaluate>
  <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a,$$b,$$c,$$aa,$$bb,$$aa1,$$aa2},
      MSPExportImage[StyleForm[aa*x - bb*y + cc == 0,
        FontSize -> 16]]
    ]
  </msp:evaluate>
</div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      n = {a, b}; m = {aa, -bb};
      absn = Norm[n]; absm = Norm[m];nm=n.m;
      normn = Normalize[n]; normm = Normalize[m];
    </msp:evaluate>

    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a,$$b,$$c,$$aa,$$bb,$$aa1,$$aa2},

```

```


MSPShow[
  ParametricPlot[{{a1 - b*t, a2 + a*t},
    {aa1 + bb*t, aa2 + aa*t}}, {t, -10, 10},
  PlotStyle -> {{Thickness[0.008], RGBColor[1,0,0]},
    {Thickness[0.008], RGBColor[0,1,0]}},
  AspectRatio -> Automatic, ImageSize -> {350, 350},
  PlotRange -> {{-10, 10}, {-10, 10}},
  AxesLabel -> {"x", "y"}]
]
]
</msp:evaluate>
</div>
<div id="vysledky">
  <h1>Výsledky</h1> <br /><br />
  <msp:evaluate>
    pom = Solve[{a*x+b*y+c == 0, aa*x-bb*y+cc == 0}, {x, y}];
    p1 = x /. pom[[1, 1]]; p2 = y /. pom[[1, 2]]; P = {p1, p2};
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$aa, $$bb, $$aa1, $$aa2},
      If [pom!={}],
        MSPEXportImage[StyleForm["Prímky jsou ruznobezné",
          FontSize -> 16]],
        MSPEXportImage[StyleForm["Prímky jsou rovnobezné",
          FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$aa, $$bb, $$aa1, $$aa2},
      If [pom!={}],
        MSPEXportImage[StyleForm["P = ", FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$aa, $$bb, $$aa1, $$aa2},
      If [pom!={}],
        MSPEXportImage[StyleForm[P, FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$aa, $$bb, $$aa1, $$aa2},
      If [pom!={}],
        MSPEXportImage[StyleForm["Odchylka přímek: ",
          FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  ]
]

```




```
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$aa, $$bb, $$aa1, $$aa2},
    If [pom!={},
      fi = Round[N[ArcCos[Abs[n.m]/(absn*absm)]] 180/Pi];
      MSPEXportImage[StyleForm[fi Degree, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>
```

Vzájemná poloha dvou parametricky vyjádřených přímek



**Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole**

Vzájemná poloha dvou přímek v rovině.



Přímka $\vec{X} = \vec{A} + \vec{u} t$

$$x = 2 + 2t$$

$$y = -1 + 1t, t \in \mathbb{R}$$

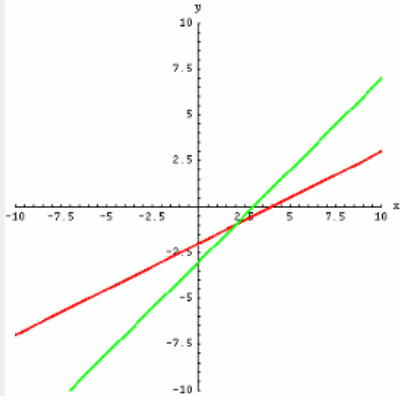
$$x - 2y - 4 = 0$$

Přímka $\vec{X} = \vec{B} + \vec{v} t$

$$x = 2 + 1t$$

$$y = -1 + 1t, t \in \mathbb{R}$$

$$x - y - 3 = 0$$



Výsledky

Přímky jsou různoběžné
 $P = \{2, -1\}$
 Odchylka přímek: 18°

Obrázek 4-7 – Parametricky vyjádřené přímky v rovině.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOVS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
  charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
  media="all" />
  <title>WebMath - přímky v rovině</title>
</head>
```

```

<body>
<div id="zpet">
  <a href="../index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="primkaPPrimkaP.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha dvou přímek v rovině.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="red">Přímka</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["!\(\(X\& -> \) = A + \(\u\& -> \)
t\)\"", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      x = <input name="a1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="b" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b,"2"]</msp:evaluate>" /> t<br />
      y = <input name="a2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a2,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="a" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a,"1"]</msp:evaluate>" /> t
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["", t \[Element] R", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate><br />
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$a, $$b, $$a1, $$a2}, a=$$a; b=$$b; a1=$$a1; a2=$$a2];
      </msp:evaluate>
      <msp:evaluate>
        c = b*a2 - a*a1;
        MSPBlock[{$$c}, c=$$c];
      </msp:evaluate>
      <br />
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$a, $$b, $$aa, $$bb, $$a1, $$a2, $$aa1, $$aa2},
          MSPExportImage[StyleForm[a*x-b*y+c == 0, FontSize -> 16]]
        ]
      </msp:evaluate>
    </div>
  </div>
</div>

```

```

<div class="blok">
  <div class="zadani">
    <h1 class="green">Přímka</h1>
    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm["!\(\(X\& -> \) = B + \(\v\& -> \)
t\)", FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
  </div>
  <div class="input">
    x = <input name="aa1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$aa1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
    <input name="bb" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$bb,"1"]</msp:evaluate>" /> t<br />
    y = <input name="aa2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$aa2,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
    <input name="aa" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$aa,"1"]</msp:evaluate>" /> t
    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm["", t \[Element] R", FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate><br />
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$aa, $$bb, $$aa1, $$aa2}, aa=$$aa;
      bb=$$bb; aa1=$$aa1; aa2=$$aa2];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      cc = bb*aa2 - aa*aa1;
      MSPBlock[{$$cc}, cc=$$cc];
    </msp:evaluate>
    <br />
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$aa, $$bb, $$a1, $$a2, $$aa1, $$aa2},
      MSPExportImage[StyleForm[aa*x-bb*y+cc == 0,
      FontSize -> 16]]
    ]
  </msp:evaluate>
</div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
<input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      n = {a, -b}; m = {aa, -bb};
      absn = Norm[n]; absm = Norm[m]; nm=n.m;
      normn = Normalize[n]; normm = Normalize[m];
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>

```

```

<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$aa, $$bb, $$a1, $$a2, $$aa1, $$aa2},
    MSPShow[
      ParametricPlot[{{a1 + b*t, a2 + a*t},
        {aa1 + bb*t, aa2 + aa*t}}, {t, -10, 10},
        PlotStyle -> {{Thickness[0.008], RGBColor[1,0,0]},
          {Thickness[0.008], RGBColor[0,1,0]}},
        AspectRatio -> Automatic, ImageSize -> {350, 350},
        PlotRange -> {{-10, 10}, {-10, 10}},
        AxesLabel -> {"x", "y"}]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
<div id="vysledky">
  <h1>Výsledky</h1> <br /><br />
  <msp:evaluate>
    pom = Solve[{a*x-b*y+c == 0, aa*x-bb*y+cc == 0}, {x, y}];
    p1 = x /. pom[[1, 1]]; p2 = y /. pom[[1, 2]]; P = {p1, p2};
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$aa, $$bb, $$a1, $$a2, $$aa1, $$aa2},
      If [pom!={}],
        MSPEXportImage[StyleForm["Prímky jsou ruznobežné",
          FontSize -> 16]],
        MSPEXportImage[StyleForm["Prímky jsou rovnobežné",
          FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$aa, $$bb, $$a1, $$a2, $$aa1, $$aa2},
      If [pom!={}],
        MSPEXportImage[StyleForm["P = ", FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$aa, $$bb, $$a1, $$a2, $$aa1, $$aa2},
      If [pom!={}],
        MSPEXportImage[StyleForm[P, FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$aa, $$bb, $$a1, $$a2, $$aa1, $$aa2},
      If [pom!={}],
        MSPEXportImage[StyleForm["Odchylka přímek: ",
          FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>

```


```
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$aa, $$bb, $$a1, $$a2, $$aa1, $$aa2},
    If [pom!={},
      fi = Round[N[ArcCos[Abs[n.m]/(absn*absm)]] 180/Pi];
      MSPExportImage[StyleForm[fi Degree, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>
```

4.2 Analytická geometrie v prostoru

V této kapitole jsou ukázány základní operace s třídímními vektory a vzájemné polohy bodu, přímky a roviny v prostoru. Pro pohodlí uživatele lze rovinu zadávat v obecném i parametrickém vyjádření. Výsledkem je grafické i numerické řešení.


4.2.1 Vektory v prostoru

Tento příklad řeší operace s vektory. Po zadání hodnot vektorů získá uživatel graf se zobrazením vektorů a s výsledky operací: skalární součin, vektorový součin, součet a rozdíl vektorů a jejich odchylku. Pro ilustraci lze zapnout zobrazení vektorového součinu, součtu, rozdílu vektorů nebo všech tří možností.



**Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole**

Vektory v prostoru.



<< ZPĚT

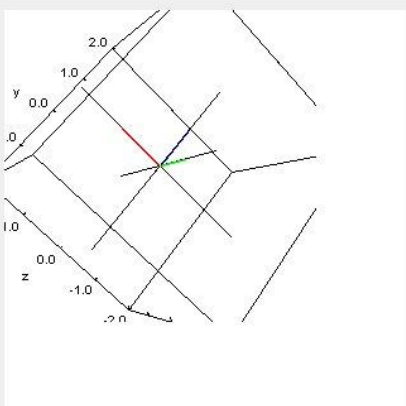
Vektor

$u = (\text{input} , \text{input} , \text{input})$

Vektor

$v = (\text{input} , \text{input} , \text{input})$

Součet vektorů
 Rozdíl vektorů
 Vektorový součin



Výsledky

Skalární součin: 0
 Odchylka vektorů: 90 °
 Vektorový součin: {0, 1, 0}
 Součet vektorů: {1, 0, 1}
 Rozdíl vektorů: {-1, 0, 1}

Obrázek 4-8 - Vektory v prostoru.

Zdrojový kód

```

<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - vektory v prostoru</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="vektory3D.jsp" method="post" >
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vektory v prostoru.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="red">Vektor</h1>
    </div>
    <div class="input">
      <i>u</i> = ( <input name="u1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u1,"0"]</msp:evaluate>" /> ,
      <input name="u2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u2,"0"]</msp:evaluate>" /> ,
      <input name="u3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u3,"1"]</msp:evaluate>" /> )<br />
    </div>
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3},u1=$$u1;u2=$$u2;u3=$$u3];
    </msp:evaluate>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="green">Vektor</h1>
    </div>

```



```

<div class="input">
  <i>v</i> = ( <input name="v1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$v1,"1"}</msp:evaluate>" /> ,
  <input name="v2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$v2,"0"}</msp:evaluate>" /> ,
  <input name="v3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$v3,"0"}</msp:evaluate>" /> )<br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$v1,$$v2,$$v3},v1=$$v1;v2=$$v2;v3=$$v3];
  </msp:evaluate>
</div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
  <input type="checkbox" name="soucet"
  <msp:evaluate>If[ $$soucet === "on",
"checked=\"checked\""]</msp:evaluate> />Součet vektorů
  <input type="checkbox" name="rozdil"
  <msp:evaluate>If[ $$rozdil === "on",
"checked=\"checked\""]</msp:evaluate> />Rozdíl vektorů
  <input type="checkbox" name="soucin"
  <msp:evaluate>If[ $$soucin === "on",
"checked=\"checked\""]</msp:evaluate> />Vektorový součin
</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2, $$v3},
        absu=Sqrt[u1*u1 + u2*u2 + u3*u3];
        absv=Sqrt[v1*v1 + v2*v2 + v3*v3];
        vs=Cross[{u1,u2,u3}, {v1,v2,v3}];
        uPv={u1+v1, u2+u2, u3+v3};
        uMv={u1-v1, u2-u2, u3-v3};
        OO={0,0,0}; U={u1,u2,u3}; V={v1,v2,v3};
        If[absu>absv, s=absu+1, s=absv+1];
        cara1 = Graphics3D[{Thickness[.009], Red, Line[{OO, U}]}];
        cara2 = Graphics3D[{Thickness[.009],Green, Line[{OO, V}]}];
        If[ $$soucin === "on",
          cara3 = Graphics3D[{Thickness[.009], Blue,
            Line[{OO, vs}]}],
          cara3 = Graphics3D[{PointSize[0.000001], White,
            Point[OO]}]
        ];
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>

```

```

If[ $\$$ soucet === "on",
  cara4 = Graphics3D[{Thickness[.009], Orange,
    Line[{OO, uPv}]}],
  cara4 = Graphics3D[{PointSize[0.000001], White,
    Point[OO]}]
];
If[ $\$$ rozdil === "on",
  cara5 = Graphics3D[{Thickness[.009], Purple,
    Line[{OO, uMv}]}],
  cara5 = Graphics3D[{PointSize[0.000001], White,
    Point[OO]}]
];
osax = Graphics3D[{Black, Line[{{-s, 0, 0}, {s, 0, 0}}]};
osay = Graphics3D[{Black, Line[{{0, -s, 0}, {0, s, 0}}]};
osaz = Graphics3D[{Black, Line[{{0, 0, -s}, {0, 0, s}}]};
MSPLive3D[Show[{cara1, cara2, cara3, cara4, cara5,
  osax, osay, osaz}, ImageSize -> {350, 350},
  AspectRatio -> Automatic, Axes -> True,
  AxesLabel -> {"x", "y", "z"}, Boxed -> True,
  PlotRange-> {{-s,s},{-s,s},{-s,s}}
]]
]
]
</msp:evaluate>
</div>
<div id="vysledky">
<h1>Výsledky</h1><br /><br />
<span>Skalární součin: </span>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[ $\{$  $\$$ u1,  $\$$ u2,  $\$$ u3,  $\$$ v1,  $\$$ v2,  $\$$ v3},
  MSPExportImage[StyleForm[ss={u1,u2,u3}.{v1,v2,v3},
    FontSize -> 16]]
]
</msp:evaluate>
<br />
<span>Odchylka vektorů: </span>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[ $\{$  $\$$ u1,  $\$$ u2,  $\$$ u3,  $\$$ v1,  $\$$ v2,  $\$$ v3},
  MSPExportImage[StyleForm[Round[N[ArcCos[ss/(absu*absv)]]
    180/Pi] Degree, FontSize -> 16]]
]
</msp:evaluate>
<br />
<span class="blue">Vektorový součin: </span>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[ $\{$  $\$$ u1,  $\$$ u2,  $\$$ u3,  $\$$ v1,  $\$$ v2,  $\$$ v3},
  MSPExportImage[StyleForm[vs, FontSize -> 16]]
]
</msp:evaluate>
<br />

```

```

<span class="orange">Součet vektorů: </span>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3,$$v1, $$v2, $$v3},
    MSPExportImage[StyleForm[uPv, FontSize -> 16]]
  ]
</msp:evaluate>
<br />
<span class="purple">Rozdíl vektorů: </span>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3,$$v1, $$v2, $$v3},
    MSPExportImage[StyleForm[uMv, FontSize -> 16]]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```


Komentář

V tomto příkladě se poprvé setkáváme s příkazem *Cross*, který spočítá vektorový součin. Pro zobrazení vektorů v prostoru bohužel nefunguje příkaz *Arrow*, tak jsem pro vykreslení vektorů použil příkaz *Line*. Pokud má některý z vektorů zůstat skrytý, je místo něj vykreslen bod na pozici [0,0,0].

Pro zobrazení grafu jsem použil funkci *MSPLive3D*, která vytvoří trojrozměrný interaktivní graf. Grafem lze natáčet ve všech směrech a je dokonce možné situaci přiblížit nebo oddálit.


4.2.2 Zobrazení roviny v prostoru

Tento příklad zobrazuje rovinu v závislosti na parametrech obecného vyjádření roviny. Dolní a horní mez vyjádří, v jakém rozmezí se bude parametr pohybovat. Nakonec je nutné vybrat, který parametr se má v daném rozsahu měnit.



Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole

Zobrazení roviny v prostoru.



<< ZPĚT

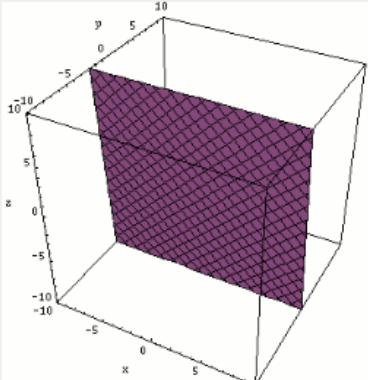
Rovina $ax + by + cz + d = 0$

x + y + z + = 0

Meze parametru

dolní mez =
horní mez =

parametr a
 parametr b
 parametr c
 parametr d



Obrázek 4-9 - Zobrazení roviny v závislosti na daném parametru.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
```

```

<meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
<link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
<title>WebMath - vzájemná poloha roviny a bodu</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="rovina.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <div class="center">
    <h1>Zobrazení roviny v prostoru. </h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1>Rovina</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["ax + by + cz + d = 0",
          FontSize -> 16], "Transparency" -> GrayLevel[1]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      <input name="a" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$a,"1"}</msp:evaluate>" /> x +
      <input name="b" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$b,"-1"}</msp:evaluate>" /> y +
      <input name="c" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$c,"1"}</msp:evaluate>" /> z +
      <input name="d" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$d,"-1"}</msp:evaluate>" /> = 0
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$a,$$b,$$c,$$d},a=$$a;b=$$b;c=$$c;d=$$d;]
      </msp:evaluate>
      <msp:evaluate>
        toParametric = Function[{a, b, c, d},
          Module[{a1, a2, a3, a4, u1, u2, u3, u4, u, v},
            If [a!=0,
              a1=-d/a; a2=0; a3=0,
              If [b!=0,
                a1=0; a2=-d/b; a3=0,
                If [c!=0,
                  a1=0; a2=0; a3=-d/c,
                  a1=a2=a3=NULL
                ]
              ]
            ]
          ];
      </msp:evaluate>
    </div>
  </div>
  </form>

```

```

    If [a!=0,
      u1 = -(b+c)/a; u2=1; u3=1;;
      If [b!=0,
        u1=1; u2=-(a+c)/b; u3=1;;
        If [c!=0,
          u1=1;u2=1;u3=-(a+b)/c;;
          u1=u2=u3=NULL;
        ]
      ]
    ];
    n={a,b,c}; u={u1, u2, u3}; v=Cross[u,n];
    {a1+v[[1]]*s+u1*t, a2+v[[2]]*s+u2*t, a3+v[[3]]*s+u3*t}
  ]
];
</msp:evaluate>
</div>
</div>
<div class="blok">
  <div class="zadani">
    <h1>Meze parametru</h1><br /><br />
  </div>
  <div class="input">
    dolní mez = <input name="dolni" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$dolni,"-2"}</msp:evaluate>" /><br />
    horní mez = <input name="horni" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$horni,"2"}</msp:evaluate>" />
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$horni,$$dolni},horni=$$horni;dolni=$$dolni;]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
  <br /><br />
  <input type="radio" name="par" value="parA"
    <msp:evaluate>If[ $$par === "parA",
"checked=\"checked\""</msp:evaluate> />parametr
<strong>a</strong><br />
  <input type="radio" name="par" value="parB"
    <msp:evaluate>If[ $$par === "parB",
"checked=\"checked\""</msp:evaluate> />parametr
<strong>b</strong><br />
  <input type="radio" name="par" value="parC"
    <msp:evaluate>If[ $$par === "parC",
"checked=\"checked\""</msp:evaluate> />parametr
<strong>c</strong><br />

```


```



```



4.2.3 Vzájemná poloha bodu a přímky

V tomto příkladu je po zadání přímky a bodu zobrazena jejich vzájemná poloha. Pokud bod na přímce neleží, je vypočtena jejich vzdálenost. Pro názornost je vykreslena přímka spojující přímku a bod.



Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole

Vzájemná poloha přímky a bodu v prostoru.



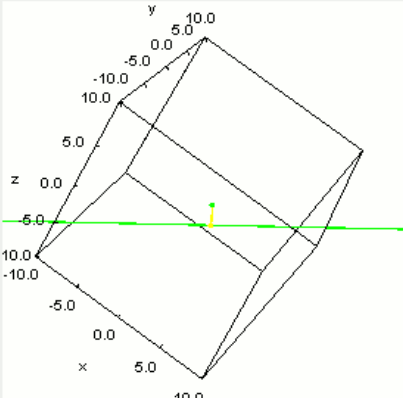
<< ZPĚT

Přímka $\vec{X} = \vec{A} + \vec{u} t$

$$\begin{aligned} x &= 2 + 2t \\ y &= -1 + 1t \\ z &= -1 + 1t \end{aligned} \quad t, t \in \mathbb{R}$$

Bod

, ,



Výsledky

Bod na přímce neleží
Vzdálenost bodu od přímky je: $\sqrt{5} = 2.23607$

Obrázek 4-10 - Vzájemná poloha přímky a bodu v prostoru.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css">
```

```

media="all" />
  <title>WebMath - přímka a bod v prostoru</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="primkaBod.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha přímky a bodu v prostoru.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="red">Přímka</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["\!\(\(X\& -> \) = A + \(\u\& -> \)
t)\", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      x = <input name="a1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u1,"2"]</msp:evaluate>" /> t<br />
      y = <input name="a2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a2,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u2,"1"]</msp:evaluate>" /> t<br />
      z = <input name="a3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a3,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u3,"1"]</msp:evaluate>" /> t
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["", t \[Element] R", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3},
        u1=$$u1;u2=$$u2;u3=$$u3;a1=$$a1;a2=$$a2;a3=$$a3;];
    </msp:evaluate>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="green">Bod</h1>

```

```

</div>
<div class="input">
  B = [<input name="b1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[ $\$b1$ , "1"]</msp:evaluate>" />,
  <input name="b2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[ $\$b2$ , "-1"]</msp:evaluate>" />,
  <input name="b3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[ $\$b3$ , "1"]</msp:evaluate>" />]
</div>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[ $\{\$b1, \$b2, \$b3\}$ , b1= $\$b1$ ; b2= $\$b2$ ; b3= $\$b3$ ;]
</msp:evaluate>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      pom = Solve[{a1+u1*t==b1, a2+u2*t==b2, a3+u3*t==b3}, {t}];
      d = -(u1*b1 + u2*b2 + u3*b3);
      reseni = Solve[{u1*x + u2*y + u3*z + d == 0,
      x == a1 + u1*t, y == a2 + u2*t, z == a3 + u3*t}, {x,y,z,t}];
      m1 = x /. reseni[[1, 1]]; m2 = y /. reseni[[1, 2]];
      m3 = z /. reseni[[1, 3]]; M = {m1,m2,m3}; B = {b1,b2,b3};
      U1 = {a1 + u1*t, a2 + u2*t, a3 + u3*t}/. t -> -10;
      U2 = {a1 + u1*t, a2 + u2*t, a3 + u3*t}/. t -> 10;
      vz = Sqrt[(m1 - b1)^2 + (m2 - b2)^2 + (m3 - b3)^2];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[ $\{\$u1, \$u2, \$u3, \$a1, \$a2, \$a3, \$b1, \$b2, \$b3\}$ ,
      MSPLive3D[
        Show[{
          ParametricPlot3D[ $\{-20, -20, -20\}$ , {t, -10, 10},
            AspectRatio -> Automatic, ImageSize ->{350,350},
            PlotRange ->  $\{\{-10,10\},\{-10,10\},\{-10,10\}\}$ ,
            AxesLabel -> {"x", "y", "z"}],
          Graphics3D[{PointSize[0.02], RGBColor[0,1,0],
            Point[{b1, b2, b3}]}],
          Graphics3D[{PointSize[0.02], RGBColor[1,1,0],
            Point[{m1, m2, m3}]}],
          Graphics3D[{Thickness[.009], Green, Line[{U1, U2}] }],
          Graphics3D[{Thickness[.009], RGBColor[1,1,0],
            Line[{B, M}]}]
        ]
      ]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>

```

```


</div>
<div id="vysledky">
  <h1>Výsledky</h1><br /><br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$a1,$$a2,$$a3,$$b1,$$b2,$$b3},
      If [pom!={},
        MSPExportImage[StyleForm["Bod na přímce leží",
          FontSize -> 16]],
        MSPExportImage[StyleForm["Bod na přímce neleží",
          FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate><br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$a1,$$a2,$$a3,$$b1,$$b2,$$b3},
      If [pom=={},
        MSPExportImage[StyleForm["Vzdálenost bodu od přímky je: ",
          FontSize -> 16] ]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$a1,$$a2,$$a3,$$b1,$$b2,$$b3},
      If [pom=={},
        MSPExportImage[StyleForm[vz, FontSize -> 16] ]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$a1,$$a2,$$a3,$$b1,$$b2,$$b3},
      If [pom=={},
        MSPExportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16] ]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$a1,$$a2,$$a3,$$b1,$$b2,$$b3},
      If [pom=={},
        MSPExportImage[StyleForm[N[vz], FontSize -> 16] ]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```

4.2.4 Vzájemná poloha bodu a roviny


Příklad se zabývá vzájemnou polohou bodu a roviny. V prvním případě je rovina zapsána pomocí obecného, v druhém pomocí parametrického vyjádření. Po spuštění příkladu je zobrazeno druhé vyjádření roviny, a pokud bod v rovině neleží, tak je vypočtena jeho vzdálenost od roviny.

Vzájemná poloha obecně zadané roviny a bodu v prostoru



**Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole**

Vzájemná poloha bodu a roviny v prostoru.



<< ZPĚT

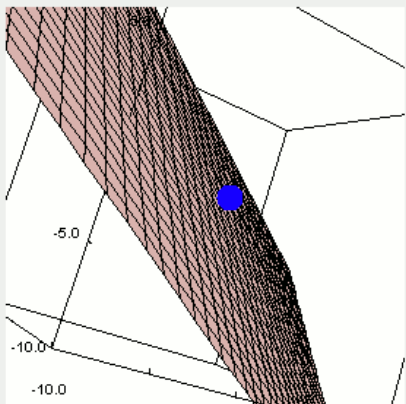
Rovina $ax + by + cz + d = 0$

$x +$ $y +$ $z +$ $= 0$

$x = 2s + 1$
 $y = s + t$
 $z = s + t$

Bod

$B = (\text{input value "1"}, \text{input value "-1"}, \text{input value "1"})$



Výsledky

Bod v rovině neleží

Vzdálenost bodu od roviny je: $\frac{2}{\sqrt{3}} = 1.1547$

Obrázek 4-11 - Vzájemná poloha bodu a roviny.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
```

```

<meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
<link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
<title>WebMath - vzájemná poloha roviny a bodu</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="rovinaBod.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha bodu a roviny v prostoru.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1>Rovina</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["ax + by + cz + d = 0",
          FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      <input name="a" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a,"1"]</msp:evaluate>" /> x +
      <input name="b" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b,"-1"]</msp:evaluate>" /> y +
      <input name="c" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$c,"1"]</msp:evaluate>" /> z +
      <input name="d" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$d,"-1"]</msp:evaluate>" /> = 0
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$a,$$b,$$c,$$d},a=$$a;b=$$b;c=$$c;d=$$d;]
      </msp:evaluate>
      <msp:evaluate>
        If [a!=0,
          a1=-d/a; a2=0; a3=0,
          If [b!=0,
            a1=0; a2=-d/b; a3=0,
            If [c!=0,
              a1=0; a2=0; a3=-d/c,
              a1=a2=a3=NULL
            ]
          ]
      </msp:evaluate>
    </div>
  </div>

```

```

]
MSPBlock[{$$a1,$$a2,$$a3},a1=$$a1;a2=$$a2;a3=$$a3;];
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
If [a!=0,
  u1 = -(b+c)/a; u2=1; u3=1;,
  If [b!=0,
    u1=1; u2=-(a+c)/b; u3=1;,
    If [c!=0,
      u1=1;u2=1;u3=-(a+b)/c;,
      u1=u2=u3=NULL;
    ]
  ]
]
MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3},u1=$$u1;u2=$$u2;u3=$$u3;];
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
n1=a; n2=b; n3=c; n={n1,n2,n3}; u={u1, u2, u3}; v=Cross[u,n];
MSPBlock[{$$n1,$$n2,$$n3},n1=$$n1;n2=$$n2;n3=$$n3;]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
MSPExportImage[StyleForm[x==a1+v[[1]]*s+u1*t, FontSize->16]]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
MSPExportImage[StyleForm[y ==a2+v[[2]]*s+u2*t, FontSize->16]]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
MSPExportImage[StyleForm[z==a3+v[[2]]*s+u3*t, FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
<div class="blok">
<div class="zadani">
<h1 class="blue">Bod</h1>
</div>
<div class="input">
B = [<input name="b1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b1,"1"]</msp:evaluate>" />,
<input name="b2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b2,"-1"]</msp:evaluate>" />,
<input name="b3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b3,"1"]</msp:evaluate>" />]
<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$b1,$$b2,$$b3},b1=$$b1;b2=$$b2;b3=$$b3;]
</msp:evaluate>
</div>

```

```


</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$d, $$b1, $$b2, $$b3},
        MSPLive3D[Show[
          ParametricPlot3D[{a1 + v[[1]]*s + u1*t,
            a2 + v[[2]]*s + u2*t, a3 + v[[3]]*s + u3*t},
            {t, -10, 10}, {s, -10, 10}, AspectRatio -> Automatic,
            ImageSize ->{350,350}, PlotRange-> {{-10,10},{-10,10},
            {-10,10}}, AxesLabel -> {"x", "y", "z"}],
          Graphics3D[{PointSize[0.05],RGBColor[0,0,1],
            Point[{b1, b2, b3}]}]
        ]
      ]
    </msp:evaluate>
  </div>
  <div id="vysledky">
    <h1>Výsledky</h1> <br /><br />
    <msp:evaluate>
      pom = a*b1 + b*b2 + c*b3 + d;
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$d, $$b1, $$b2, $$b3},
        If [pom==0,
          MSPEXportImage[StyleForm["Bod leží v rovine",
            FontSize -> 16]],
          MSPEXportImage[StyleForm["Bod v rovine neleží",
            FontSize -> 16]]
        ]
      ]
    </msp:evaluate> <br />
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$d, $$b1, $$b2, $$b3},
        If [pom!=0,
          MSPEXportImage[StyleForm["Vzdálenost bodu od roviny je: ",
            FontSize -> 16]]
        ]
      ]
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$d, $$b1, $$b2, $$b3},
        If [pom!=0,
          vzdalenost = Abs[b1*a + b2*b + b3*c + d]/
            Sqrt[a^2 + b^2 + c^2];
          MSPEXportImage[StyleForm[vzdalenost, FontSize -> 16]]
        ]
      ]
    </msp:evaluate>
  </div>

```




```
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$d, $$b1, $$b2, $$b3},
    If [pom!=0,
      MSPEXportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$d, $$b1, $$b2, $$b3},
    If [pom!=0,
      MSPEXportImage[StyleForm[N[vzdalenost], FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>
```

Vzájemná poloha parametricky vyjádřené roviny a bodu v prostoru



**Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole**

Vzájemná poloha bodu a roviny v prostoru.



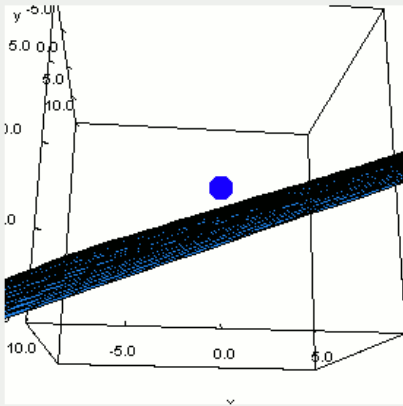
[<< ZPĚT](#)

Rovina $\vec{X} = A + \vec{u}s + \vec{v}t$

$x =$	2	+	2	$s +$	1	t
$y =$	-1	+	1	$s +$	2	t
$z =$	-1	+	1	$s +$	1	$t, s, t \in \mathbb{R}$
$-x - y + 3z + 4 = 0$						

Bod

$B = [1, -1, 1]$



Výsledky

Bod v rovine neleží

Vzdálenost bodu od roviny je: $\frac{7}{\sqrt{11}} = 2.11058$

Obrázek 4-12 - Vzájemná poloha bodu a roviny.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOVS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
  charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
  media="all" />
  <title>WebMath - vzájemná poloha roviny a bodu</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
```

```

</div>
<div class="stred">
  <form action="rovinaPBod.jsp" method="post">
    <msp:allocateKernel>
    <msp:evaluate>
      $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
    </msp:evaluate>
    <div class="center">
      <h1>Vzájemná poloha bodu a roviny v prostoru.</h1>
    </div>
    <div class="blok">
      <div class="zadani">
        <h1>Rovina</h1>
        <msp:evaluate>
          MSPExportImage[StyleForm["!\!(\ (X\& -> \) = A + \ (u\& -> \) s\
+ \ (v\& -> \) t\)", FontSize -> 16]]
        </msp:evaluate>
      </div>
      <div class="input">
        x = <input name="a1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
        <input name="u1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u1,"2"]</msp:evaluate>" /> s +
        <input name="v1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v1,"1"]</msp:evaluate>" /> t<br />
        y = <input name="a2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a2,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
        <input name="u2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u2,"1"]</msp:evaluate>" /> s +
        <input name="v2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v2,"2"]</msp:evaluate>" /> t<br />
        z = <input name="a3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a3,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
        <input name="u3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u3,"1"]</msp:evaluate>" /> s +
        <input name="v3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v3,"1"]</msp:evaluate>" /> t
        <msp:evaluate>
          MSPExportImage[StyleForm["s,t \[Element] R", FontSize -> 16]]
        </msp:evaluate><br />
        <msp:evaluate>
          MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,$$a1,$$a2,$$a3},
            u1=$$u1;u2=$$u2;u3=$$u3;v1=$$v1;v2=$$v2;v3=$$v3;
            a1=$$a1;a2=$$a2;a3=$$a3;];
          n = Cross[{u1, u2, u3},{v1, v2, v3}];
          d = -(a1*n[[1]]+a2*n[[2]]+a3*n[[3]]);
        </msp:evaluate>
        <msp:evaluate>
          MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,$$a1,$$a2,$$a3},

```

```

        MSPExportImage[StyleForm[n[[1]]*x+n[[2]]*y+n[[3]]*z+d == 0,
            FontSize -> 16]]
    ]
</msp:evaluate> <br />
</div>
</div>
<div class="blok">
    <div class="zadani">
        <h1 class="blue">Bod</h1>
    </div>
    <div class="input">
        B = [<input name="b1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b1,"1"]</msp:evaluate>" />,
        <input name="b2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b2,"-1"]</msp:evaluate>" />,
        <input name="b3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b3,"1"]</msp:evaluate>" />]
        <msp:evaluate>
            MSPBlock[{$$b1,$$b2,$$b3},b1=$$b1;b2=$$b2;b3=$$b3;];
            pom = n[[1]]*b1 + n[[2]]*b2 + n[[3]]*b3 + d;
        </msp:evaluate>
    </div>
</div> <hr />
<div id="submit">
    <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
</div>
<div class="blok">
    <div id="graf">
        <msp:evaluate>
            MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,
                $$a1,$$a2,$$a3,$$b1,$$b2,$$b3},
                MSPLive3D[Show[{
                    ParametricPlot3D[{a1 + u1*s + v1*t, a2 + u2*s + v2*t,
                        a3 + u3*s + v3*t}, {t, -10, 10}, {s, -10, 10},
                        AspectRatio -> Automatic, ImageSize ->{350,350},
                        PlotRange-> {{-10,10},{-10,10},{-10,10}},
                        AxesLabel -> {"x", "y", "z"}},
                    Graphics3D[{PointSize[0.05], RGBColor[0,0,1],
                        Point[{b1, b2, b3}}]}
                ]}
            ]
        </msp:evaluate>
    </div>
</div>
<div id="vysledky">
    <h1>Výsledky</h1> <br /><br />
    <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,
            $$a1,$$a2,$$a3,$$b1,$$b2,$$b3},
    ]

```


```

    If [pom==0,
      MSPExportImage[StyleForm["Bod leží v rovine",
        FontSize -> 16]],
      MSPExportImage[StyleForm["Bod v rovine neleží",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate> <br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,
    $$a1,$$a2,$$a3,$$b1,$$b2,$$b3},
    If [pom!=0,
      MSPExportImage[StyleForm["Vzdálenost bodu od roviny je: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,
    $$a1,$$a2,$$a3,$$b1,$$b2,$$b3},
    If [pom!=0,
      vzdalenost = Abs[n[[1]]*b1 + n[[2]]*b2 + n[[3]]*b3 + d]/
        Sqrt[n[[1]]^2 + n[[2]]^2 + n[[3]]^2];
      MSPExportImage[StyleForm[vzdalenost, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,
    $$a1,$$a2,$$a3,$$b1,$$b2,$$b3},
    If [pom!=0,
      MSPExportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,
    $$a1,$$a2,$$a3,$$b1,$$b2,$$b3},
    If [pom!=0,
      MSPExportImage[StyleForm[N[vzdalenost], FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```


4.2.5 Vzájemná poloha dvou přímek

Příklad zobrazuje vzájemnou polohu dvou přímek v prostoru. Pokud jsou přímky různoběžné, je vypočten jejich průsečík a odchylka. Pokud jsou přímky rovnoběžné, je vypočtena jejich vzdálenost. V případě mimoběžek je zobrazena jejich odchylka a vzdálenost. Pro větší názornost je možné zobrazit nejkratší vzdálenost přímek.



**Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole**

Vzájemná poloha dvou přímek v prostoru.



[<< ZPĚT](#)

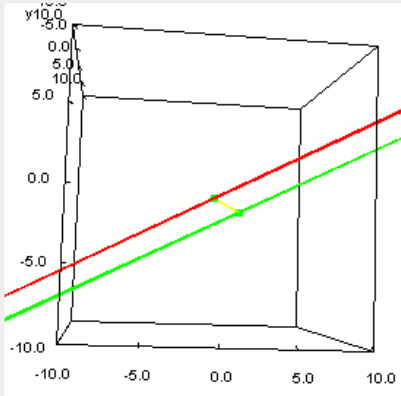
Přímka $\vec{X} = A + \vec{u} s$

$$\begin{aligned} x &= 2 + 2s \\ y &= -1 + 1s \\ z &= -1 + 1s \end{aligned} \quad s, s \in \mathbb{R}$$

Přímka $\vec{X} = A + \vec{v} t$

$$\begin{aligned} x &= 2 + 2t \\ y &= -2 + -1t \\ z &= 1 + 1t \end{aligned} \quad t, t \in \mathbb{R}$$

Zobrazit příčku?



Výsledky

Přímky jsou mimoběžné
 Odchylka přímek je: 48°
 Vzdálenost přímek je: $\frac{4}{\sqrt{5}} = 1.78885$

Obrázek 4-13 - Vzájemná poloha přímek v prostoru.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
```

```

<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - přímky v prostoru</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="primkaPrimka.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha dvou přímek v prostoru.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1 class="green">Přímka</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["!\!(\ (X\& -> \) = A + \ (u\& -> \)
s\)", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      x = <input name="a1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u1,"2"]</msp:evaluate>" /> s<br />
      y = <input name="a2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a2,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u2,"1"]</msp:evaluate>" /> s<br />
      z = <input name="a3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a3,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u3,"1"]</msp:evaluate>" /> s
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["", s \[Element] R", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$a1,$$a2,$$a3},
        u1=$$u1;u2=$$u2;u3=$$u3;a1=$$a1;a2=$$a2;a3=$$a3;];
    </msp:evaluate>
  </div>
  </div>
  </form>
  </body>

```

```

</div>
<div class="blok">
  <div class="zadani">
    <h1 class="red">Přímka</h1>
    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm["!\(\(X\& -> \) = A + \(\v\& -> \)
t\)\"", FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
  </div>
  <div class="input">
    x = <input name="b1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$b1,"2"}</msp:evaluate>" /> +
    <input name="v1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$v1,"2"}</msp:evaluate>" /> t<br />
    y = <input name="b2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$b2,"-2"}</msp:evaluate>" /> +
    <input name="v2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$v2,"-1"}</msp:evaluate>" /> t<br />
    z = <input name="b3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$b3,"1"}</msp:evaluate>" /> +
    <input name="v3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$v3,"1"}</msp:evaluate>"> t
    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm["", t \[Element] R", FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
  </div>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$v1,$$v2,$$v3,$$b1,$$b2,$$b3},
      v1=$$v1;v2=$$v2;v3=$$v3;b1=$$b1;b2=$$b2;b3=$$b3;];
  </msp:evaluate>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
  <input type="checkbox" name="pricka"
  <msp:evaluate>If[ $$pricka === "on",
"checked=\"checked\""]</msp:evaluate> />Zobrazit příčku?
</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      Needs["LinearAlgebra`Orthogonalization`"];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      reseni = Solve[{x==a1+u1*s, y==a2+u2*s, z==a3+u3*s,
x==b1+v1*t, y==b2+v2*t, z==b3+v3*t},{x, y, z, s, t}];
    </msp:evaluate>
  </div>

```



```

<msp:evaluate>
  If [reseni!={},
    m1 = x /. reseni[[1, 1]]; m2 = y /. reseni[[1, 2]];
    m3 = z /. reseni[[1, 3]];
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
A={a1, a2, a3}; B={b1, b2, b3}; BA={b1-a1, b2-a2, b3-a3};
u = {u1, u2, u3}; v = {v1, v2, v3}; M = {m1, m2, m3};
U1 = {a1 + u1*s, a2 + u2*s, a3 + u3*s}/. s -> -10;
U2 = {a1 + u1*s, a2 + u2*s, a3 + u3*s}/. s -> 10;
V1 = {b1 + v1*t, b2 + v2*t, b3 + v3*t}/. t -> -10;
V2 = {b1 + v1*t, b2 + v2*t, b3 + v3*t}/. t -> 10;
absu = Norm[u]; absv = Norm[v]; uv=u.v;
nu = Normalize[u]; nv = Normalize[v];
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2, $$v3,
  $$a1, $$a2, $$a3, $$b1, $$b2, $$b3},
  If[{$$pricka == "on",
    QP = BA + u*s + v*t;
    tp = Solve[{Dot[u,QP] == 0, Dot[v,QP] == 0}, {s, t}];
    ss = s /. tp[[1, 1]];
    tt = t /. tp[[1, 2]];
    P = A + u*ss; Q = B + v*tt;
    MSPLive3D[
      Show[{
        ParametricPlot3D[{-20, -20, -20}, {k, -10, 10},
          AspectRatio -> Automatic, ImageSize -> {350, 350},
          PlotRange -> {{-10, 10}, {-10, 10}, {-10, 10}},
          AxesLabel -> {"x", "y", "z"}],
        Graphics3D[{PointSize[0.02],RGBColor[0,1,0], Point[P] }],
        Graphics3D[{PointSize[0.02],RGBColor[0,1,0], Point[Q] }],
        Graphics3D[{Thickness[.009], Green, Line[{U1, U2}]}],
        Graphics3D[{Thickness[.009], Red, Line[{V1, V2}]}],
        Graphics3D[{Thickness[.009], RGBColor[1,1,0],
          Line[{P, Q}]}]
      ]
    ],
    MSPLive3D[
      Show[{
        ParametricPlot3D[{-20, -20, -20}, {k, -10, 10},
          AspectRatio -> Automatic, ImageSize -> {350, 350},
          PlotRange -> {{-10, 10}, {-10, 10}, {-10, 10}},
          AxesLabel -> {"x", "y", "z"}],
        Graphics3D[{Thickness[.009], Green, Line[{U1, U2}]}],
        Graphics3D[{Thickness[.009], Red, Line[{V1, V2}]}]
      ]
    ]
  ]
]

```

```

    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
<div class="vysledky">
  <h1>Výsledky</h1> <br /><br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
      $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    ]
  </msp:evaluate> <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
      $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    If [nu==nv,
      MSPEXportImage[StyleForm["Prímky jsou rovnoběžné",
        FontSize -> 16]],
      If [nu!=nv && reseni!={} ,
        MSPEXportImage[StyleForm["Prímky jsou různoběžné,
          průsečík je: ", FontSize -> 16]],
        MSPEXportImage[StyleForm["Prímky jsou mimoběžné",
          FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
      $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    If [nu!=nv && reseni!={} ,
      MSPEXportImage[StyleForm[M, FontSize -> 16]]
    ]
  </msp:evaluate> <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
      $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    If [nu!=nv,
      MSPEXportImage[StyleForm["Odchylka přímek je: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
      $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    If [nu!=nv,
      fi = Round[N[ArcCos[Abs[uv]/(absu*absv)]] 180/Pi];
      MSPEXportImage[StyleForm[fi Degree, FontSize -> 16]]
    ]
  </msp:evaluate>

```

```

]
]
</msp:evaluate> <br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
    $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    If [reseni=={}],
      MSPExportImage[StyleForm["Vzdálenost přímek je: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
    $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    If [reseni=={} && nv!=nu,
      vz = Abs[Cross[u,v].BA]/Norm[Cross[u,v]];
      MSPExportImage[StyleForm[vz, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
    $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    If [reseni=={} && nv!=nu,
      MSPExportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
    $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    If [reseni=={} && nv!=nu,
      MSPExportImage[StyleForm[N[vz], FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate> <msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
    $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    If [reseni=={} && nv==nu,
      d = -(a1*u1 + a2*u2 + a3*u3);
      prusecik = Solve[{u1*x+u2*y+u3*z+d ==0,
        x == b1+v1*s, y == b2+v2*s, z == b3+v3*s}, {x, y, z, s}];
      p1 = x /. prusecik[[1, 1]]; p2 = y /. prusecik[[1, 2]];
      p3 = z /. prusecik[[1, 3]];
      vzdalenost = Sqrt[(a1-p1)^2 + (a2-p2)^2 + (a3-p3)^2];
      MSPExportImage[StyleForm[vzdalenost, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>

```

```

</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
    $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    If [reseni=={} && nv==nu,
      MSPEXportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
    $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3},
    If [reseni=={} && nv==nu,
      MSPEXportImage[StyleForm[N[vzdalenost], FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```


Zdrojový kód

V tomto příkladě jsem pro zjednodušení vektorových výpočtů použil funkci *Norm*, která slouží k výpočtu velikosti vektoru. Po importu balíčku *LinearAlgebra`Orthogonalization`* je k dispozici funkce *Normalize*, která daný vektor normalizuje.

4.2.6 Vzájemná poloha přímky a roviny


Příklad na vzájemnou polohu přímky a roviny. V prvním případě je rovina zadána obecně, v druhém parametricky. Pokud je přímka s rovinou rovnoběžná, je vypočtena jejich vzdálenost. V opačném případě je vypočten jejich průsečík a odchylka. Pro lepší názornost je zobrazena přímka kolmá na rovinu, která vyjadřuje normálový vektor roviny.

Vzájemná poloha přímky a obecně vyjádřené roviny v prostoru



**Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole**

Vzájemná poloha přímky a roviny v prostoru.

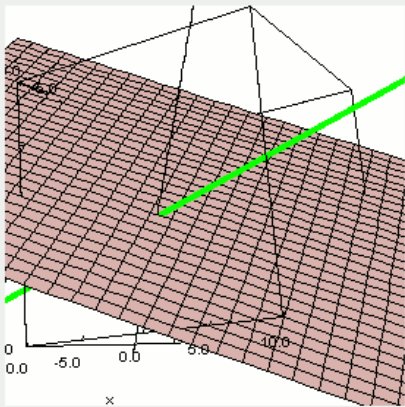


Rovina $ax + by + cz + d = 0$

$$\begin{aligned} &1x + -1y + 1z + -1 = 0 \\ x &= 2s + 1 \\ y &= s + t \\ z &= t - s \end{aligned}$$

Přímka $\vec{X} = B + \vec{p}t$

$$\begin{aligned} x &= 2 + 2t \\ y &= -2 + 1t \\ z &= 1 + 1t \end{aligned} \quad t, t \in \mathbb{R}$$



Výsledky

Přímka protíná rovinu
 Odchylka přímky od roviny je: 28°
 Průsečík je: $\{-2, -4, -1\}$

Obrázek 4-14 - Vzájemná poloha přímky a obecně vyjádřené roviny.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
```

```

<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - přímka a rovina v prostoru</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="primkaRovina0.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha přímky a roviny v prostoru.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1>Rovina</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["ax + by + cz + d = 0",
          FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      <input name="a" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a,"1"]</msp:evaluate>" /> x +
      <input name="b" size="1" value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b,"-
1"]</msp:evaluate>" /> y +
      <input name="c" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$c,"1"]</msp:evaluate>" /> z +
      <input name="d" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$d,"-1"]</msp:evaluate>" /> = 0
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$a,$$b,$$c,$$d},a=$$a;b=$$b;c=$$c;d=$$d;]
      </msp:evaluate>
      <msp:evaluate>
        If [a!=0,
          a1=-d/a; a2=0; a3=0,
          If [b!=0,
            a1=0; a2=-d/b; a3=0,
            If [c!=0,

```

```

        a1=0; a2=0; a3=-d/c,
        a1=a2=a3=NULL
    ]
]
]
MSPBlock[{$$a1,$$a2,$$a3},a1=$$a1;a2=$$a2;a3=$$a3;];
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
    If [a!=0,
        u1 = -(b+c)/a; u2=1; u3=1;;
        If [b!=0,
            u1=1; u2=-(a+c)/b; u3=1;;
            If [c!=0,
                u1=1;u2=1;u3=-(a+b)/c;;
                u1=u2=u3=NULL;
            ]
        ]
    ]
]
MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3},u1=$$u1;u2=$$u2;u3=$$u3;];
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
    n1=a; n2=b; n3=c; n={n1,n2,n3}; u={u1, u2, u3}; v=Cross[u,n];
    MSPBlock[{$$n1,$$n2,$$n3},n1=$$n1;n2=$$n2;n3=$$n3;]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
    MSPEXportImage[StyleForm[x == a1 + v[[1]]*s + u1*t,
        FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
    MSPEXportImage[StyleForm[y == a2 + v[[2]]*s + u2*t,
        FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
    MSPEXportImage[StyleForm[z == a3 + v[[3]]*s + u3*t,
        FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
<div class="blok">
    <div class="zadani">
        <h1 class="green">Přímka</h1>
        <msp:evaluate>
            MSPEXportImage[StyleForm["\!\(\(X\& -> \) = B + \(\(p\& -> \)
t\)\"", FontSize -> 16]]
        </msp:evaluate>
    </div>
</div>

```

```

<div class="input">
  x = <input name="b1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
  <input name="p1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$p1,"2"]</msp:evaluate>" /> t<br />
  y = <input name="b2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b2,"-2"]</msp:evaluate>" /> +
  <input name="p2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$p2,"1"]</msp:evaluate>" /> t<br />
  z = <input name="b3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b3,"1"]</msp:evaluate>" /> +
  <input name="p3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$p3,"1"]</msp:evaluate>" /> t
  <msp:evaluate>
    MSPEXportImage[StyleForm["", t \[Element] R", FontSize -> 16]]
  </msp:evaluate>
</div>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$p1,$$p2,$$p3,$$b1,$$b2,$$b3},
    p1=$$p1;p2=$$p2;p3=$$p3;b1=$$b1;b2=$$b2;b3=$$b3;];
</msp:evaluate>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      reseni = Solve[{x == a1 + u1*t1 + v[[1]]*t2,
        y == a2 + u2*t1 + v[[2]]*t2, z == a3 + u3*t1 + v[[3]]*t2,
        x == b1 + p1*s, y == b2 + p2*s, z == b3 + p3*s},
        {x, y, z, t1, t2, s}];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      If [reseni!={},
        m1 = x /. reseni[[1, 1]]; m2 = y /. reseni[[1, 2]];
        m3 = z /. reseni[[1, 3]];
        m1 = b1; m2 = b2; m3 = b3;
      ]
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      A = {a1,a2,a3}; B = {b1,b2,b3};
      p = {p1,p2,p3}; M = {m1,m2,m3};
      U1 = {b1 + p1*s, b2 + p2*s, b3 + p3*s}/. s -> 10;
      U2 = {b1 + p1*s, b2 + p2*s, b3 + p3*s}/. s -> -10;
      absp = Norm[p]; absn = Norm[n]; pn = p.n;
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>

```



```

<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a,$$b,$$c,$$d,$$b1,$$b2,$$b3,$$p1,$$p2,$$p3},
    MSPLive3D[ Show[
      ParametricPlot3D[{a1 + u1*s + v[[1]]*t,
        a2 + u2*s + v[[2]]*t, a3 + u3*s + v[[3]]*t},
        {t, -10, 10}, {s, -10, 10}, AspectRatio -> Automatic,
        ImageSize -> {350, 350}, PlotRange -> {{-10, 10},
        {-10, 10}, {-10, 10}}, AxesLabel -> {"x", "y", "z"}],
      ParametricPlot3D[{m1 + n1*t, m2 + n2*t, m3 + n3*t},
        {t, -10, 10}, AspectRatio -> Automatic,
        ImageSize -> {350, 350}, PlotRange -> {{-10, 10},
        {-10, 10}, {-10, 10}}, AxesLabel -> {"x", "y", "z"}],
      Graphics3D[{Thickness[.015], Green, Line[{U1, U2}] }]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
<div class="vysledky">
  <h1>Výsledky</h1> <br /><br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a,$$b,$$c,$$d,$$b1,$$b2,$$b3,$$p1,$$p2,$$p3},
      If [pn==0,
        MSPEXportImage[StyleForm["Prímka je rovnobežná s rovinou",
          FontSize -> 16]],
        MSPEXportImage[StyleForm["Prímka protíná rovinu",
          FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate> <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a,$$b,$$c,$$d,$$b1,$$b2,$$b3,$$p1,$$p2,$$p3},
      If [pn==0,
        MSPEXportImage[StyleForm["Vzdálenost přímky od roviny je:
          ", FontSize -> 16]],
        MSPEXportImage[StyleForm["Odchylka přímky od roviny je: ",
          FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a,$$b,$$c,$$d,$$b1,$$b2,$$b3,$$p1,$$p2,$$p3},
      If [pn==0,
        vz = Solve[{ a*x + b*y + c*z + d == 0, x == b1 + a*s,
          y == b2 + b*s, z == b3 + c*s},
          {x,y,z,s}]; t1 = x /. vz[[1, 1]]; t2 = y /. vz[[1, 2]];
          t3 = z /. vz[[1, 3]];
          vzdalenost = Sqrt[(b1-t1)^2 + (b2-t2)^2 + (b3-t3)^2];
          MSPEXportImage[StyleForm[vzdalenost, FontSize -> 16]],
      ]
    ]
  </msp:evaluate>


```

```


        od = Round[N[ArcCos[Abs[pn]/(absn*absp)]] 180/Pi];
        fi = 90 - od;
        MSPExportImage[StyleForm[fi Degree, FontSize -> 16]]
    ]
]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$d, $$b1, $$b2, $$b3, $$p1, $$p2, $$p3},
        If [pn==0,
            MSPExportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16]]
        ]
    ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$d, $$b1, $$b2, $$b3, $$p1, $$p2, $$p3},
        If [pn==0,
            MSPExportImage[StyleForm[N[vzdalenost], FontSize -> 16]]
        ]
    ]
</msp:evaluate> <br />
<msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$d, $$b1, $$b2, $$b3, $$p1, $$p2, $$p3},
        If [pn!=0 ,
            MSPExportImage[StyleForm["Prusecík je: ", FontSize -> 16]]
        ]
    ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$d, $$b1, $$b2, $$b3, $$p1, $$p2, $$p3},
        If [pn!=0 ,
            MSPExportImage[StyleForm[M, FontSize -> 16]]
        ]
    ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```

Vzájemná poloha přímky a parametricky zadané roviny v prostoru



Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole



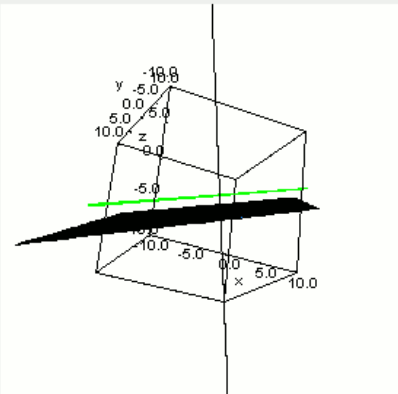
Vzájemná poloha přímky a roviny v prostoru.

Rovina $\vec{X} = A + \vec{u}s + \vec{v}t$

$x = 2 + 2s + 1t$
 $y = -1 + 1s + 2t$
 $z = -1 + 1s + 1t, s, t \in \mathbb{R}$
 Obecná rovnice roviny je: $-x - y + 3z + 4 = 0$

Přímka $\vec{X} = B + \vec{p}t$

$x = 2 + 2t$
 $y = -2 + 1t$
 $z = 1 + 1t, t \in \mathbb{R}$



Výsledky

Přímka je rovnoběžná s rovinou

Vzdálenost přímky od roviny je: $\frac{7}{\sqrt{11}} = 2.11058$

Obrázek 4-15 - Vzájemná poloha přímky a parametricky zadané roviny.

Zdrojový kód

```

<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
  charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
  media="all" />
  <title>WebMath - přímka a rovina v prostoru</title>
</head>
<body>

```

```

<div id="zpet">
  <a href="index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="primkaRovina.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha přímky a roviny v prostoru.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1>Rovina</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["!\!(\ (X\& -> \) = A + \ (u\& -> \) s\
+ \ (v\& -> \) t\)", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      x = <input name="a1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u1,"2"]</msp:evaluate>" /> s +
      <input name="v1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v1,"1"]</msp:evaluate>" /> t<br />
      y = <input name="a2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a2,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u2,"1"]</msp:evaluate>" /> s +
      <input name="v2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v2,"2"]</msp:evaluate>" /> t<br />
      z = <input name="a3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a3,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u3,"1"]</msp:evaluate>" /> s +
      <input name="v3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v3,"1"]</msp:evaluate>" /> t
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["", s, t \[Element] R",
          FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate><br />
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,$$a1,$$a2,$$a3},
          u1=$$u1;u2=$$u2;u3=$$u3;v1=$$v1;v2=$$v2;v3=$$v3;
          a1=$$a1;a2=$$a2;a3=$$a3;];
      </msp:evaluate>
    </div>
  </div>
  <msp:evaluate>

```

```

n = Cross[{u1, u2, u3}, {v1, v2, v3}];
d = -(a1*n[[1]] + a2*n[[2]] + a3*n[[3]]);
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,$$a1,$$a2,$$a3},
MSPExportImage[StyleForm["Obecná rovnice roviny je: ",
FontSize -> 16]]
]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,$$a1,$$a2,$$a3},
MSPExportImage[StyleForm[n[[1]]*x+n[[2]]*y+n[[3]]*z+d == 0,
FontSize -> 16]]
]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
<div class="blok">
<div class="zadani">
<h1 class="green">Přímka</h1>
<msp:evaluate>
MSPExportImage[StyleForm["!\(\(X\& -> \) = B + \(\(p\& -> \)
t\)\"", FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
</div>
<div class="input">
x = <input name="b1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
<input name="p1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$p1,"2"]</msp:evaluate>" /> t<br />
y = <input name="b2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b2,"-2"]</msp:evaluate>" /> +
<input name="p2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$p2,"1"]</msp:evaluate>" /> t<br />
z = <input name="b3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b3,"1"]</msp:evaluate>" /> +
<input name="p3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$p3,"1"]</msp:evaluate>" /> t
<msp:evaluate>
MSPExportImage[StyleForm[" t \[Element] R", FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
</div>
<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$p1,$$p2,$$p3,$$b1,$$b2,$$b3},
p1=$$p1;p2=$$p2;p3=$$p3;b1=$$b1;b2=$$b2;b3=$$b3];
</msp:evaluate>
</div>
<hr />
<div id="submit">

```

```



```

```

<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
  $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3, $$p1, $$p2, $$p3},
If [pn==0,
  MSPEXportImage[StyleForm["Prímka je rovnobežná s rovinou",
    FontSize -> 16]],
  MSPEXportImage[StyleForm["Prímka protíná rovinu",
    FontSize -> 16]]
]
]
</msp:evaluate> <br />
<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
  $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3, $$p1, $$p2, $$p3},
If [pn==0,
  MSPEXportImage[StyleForm["Vzdálenost přímky od roviny je:
    ", FontSize -> 16]],
  MSPEXportImage[StyleForm["Odchylka přímky od roviny je: ",
    FontSize -> 16]]
]
]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
  $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3, $$p1, $$p2, $$p3},
If [pn==0,
  vz = Solve[{ n[[1]]*x + n[[2]]*y + n[[3]]*z + d == 0,
    x == b1 + n[[1]]*s, y == b2 + n[[2]]*s,
    z == b3 + n[[3]]*s}, {x,y,z,s}];
  t1 = x /. vz[[1, 1]]; t2 = y /. vz[[1, 2]];
  t3 = z /. vz[[1, 3]];
  vzdalenost = Sqrt[(b1-t1)^2 + (b2-t2)^2 + (b3-t3)^2];
  MSPEXportImage[StyleForm[vzdalenost, FontSize -> 16]],
  od = Round[N[ArcCos[Abs[pn]/(absn*absp)]] 180/Pi];
  fi = 90 - od;
  MSPEXportImage[StyleForm[fi Degree, FontSize -> 16]]
]
]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
  $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3, $$p1, $$p2, $$p3},
If [pn==0,
  MSPEXportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16]]
]
]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,

```

```


    $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3, $$p1, $$p2, $$p3},
    If [pn==0,
      MSPExportImage[StyleForm[N[vzdalenost], FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate><br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
    $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3, $$p1, $$p2, $$p3},
    If [pn!=0 ,
      MSPExportImage[StyleForm["Prusecík je: ", FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$a1, $$a2, $$a3,
    $$b1, $$b2, $$b3, $$v1, $$v2, $$v3, $$p1, $$p2, $$p3},
    If [pn!=0 ,
      MSPExportImage[StyleForm[M, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```


4.2.7 Vzájemná poloha dvou rovin


Následující tři příklady se zabývají vzájemnou polohou dvou rovin. V prvním případě jsou zadány obecným vyjádřením, v druhém obecným a parametrickým vyjádřením, v posledním příkladě jsou zadány parametricky. Pokud jsou roviny rovnoběžné, je vypočtena jejich vzdálenost. V obecné poloze je vypočtena rovnice jejich průsečnice a odchylka.

Vzájemná poloha dvou obecně zadaných rovin v prostoru



**Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole**

Vzájemná poloha dvou rovin v prostoru.

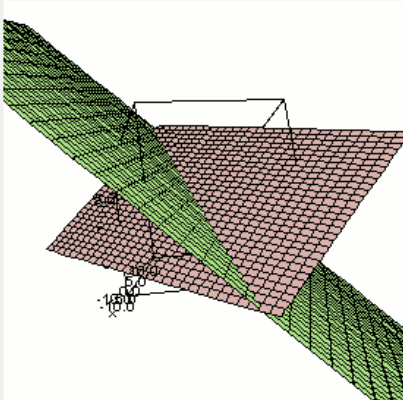


Rovina $a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 = 0$

$$\begin{aligned} &1 x + 1 y + 1 z + 1 = 0 \\ &x = -2t - 1 \\ &y = 3s + t \\ &z = 3s + t \end{aligned}$$

Rovina $a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 = 0$

$$\begin{aligned} &1 x + -1 y + 1 z + -1 = 0 \\ &x = 2s + 1 \\ &y = s + t \\ &z = s + t \end{aligned}$$



Výsledky

Roviny jsou různoběžné
Odchylka rovin je: 71 °

Rovnice průsečnice je:
 $x = 2t$
 $y = -1$
 $z = -2t$

Obrázek 4-16 - Vzájemná poloha dvou obecně vyjádřených rovin.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
```

```

<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - roviny v prostoru</title>
</head>
<body>
<div id="zpet">
  <a href="index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="rovinaRovina.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha dvou rovin v prostoru.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1>Rovina</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["!\(\(a\_1\) x + \(\(b\_1\) y +
\(\(c\_1\) z + d\_1 = 0\)\"", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      <input name="a1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a1,"1"]</msp:evaluate>" /> x +
      <input name="b1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b1,"1"]</msp:evaluate>" /> y +
      <input name="c1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$c1,"1"]</msp:evaluate>" /> z +
      <input name="d1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$d1,"1"]</msp:evaluate>" /> = 0
      <msp:evaluate>
MSPBlock[{$$a1,$$b1,$$c1,$$d1},a1=$$a1;b1=$$b1;c1=$$c1;
d1=$$d1;]
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      If [a1!=0,
        a11=-d1/a1; a12=0; a13=0;,
        If [b1!=0,
          a11=0; a12=-d1/b1; a13=0;,

```

```

      If [c1!=0,
        a11=0; a12=0; a13=-d1/c1;,
        a11=a12=a13=NULL;
      ]
    ]
  ];
  MSPBlock[{$$a11,$$a12,$$a13},a11=$$a11;a12=$$a12;a13=$$a13;]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  If [a1!=0,
    u1 = -(b1+c1)/a1; u2=1; u3=1;,
    If [b1!=0,
      u1=1; u2=-(a1+c1)/b1; u3=1;,
      If [c1!=0,
        u1=1;u2=1;u3=-(a1+b1)/c1;,
        u1=u2=u3=NULL;
      ]
    ]
  ];
  MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3},u1=$$u1;u2=$$u2;u3=$$u3;]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  n={a1,b1,c1}; u={u1, u2, u3}; v=Cross[u,n];
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPEXportImage[StyleForm[x == a11 + v[[1]]*s + u1*t,
    FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPEXportImage[StyleForm[y == a12 + v[[2]]*s + u2*t,
    FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPEXportImage[StyleForm[z == a13 + v[[2]]*s + u3*t,
    FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
<div class="blok">
  <div class="zadani">
    <h1>Rovina</h1>
    <msp:evaluate>
      MSPEXportImage[StyleForm["\!\(\(a\_2\) x + \(\(b\_2\) y +
\(\(c\_2\) z + d\_2 = 0\)\"", FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>

```

```

<div class="input">
  <input name="a2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$a2,"1"}</msp:evaluate>" /> x +
  <input name="b2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$b2,"-1"}</msp:evaluate>" /> y +
  <input name="c2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$c2,"1"}</msp:evaluate>" /> z +
  <input name="d2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[{$$d2,"-1"}</msp:evaluate>" /> = 0
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a2,$$b2,$$c2,$$d2},a2=$$a2;b2=$$b2;c2=$$c2;d2=$$d2;]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    If [a2!=0,
      a21=-d2/a2; a22=0; a23=0;;
      If [b2!=0,
        a21=0; a22=-d2/b2; a23=0;;
        If [c2!=0,
          a21=0; a22=0; a23=-d2/c2;;
          a21=a22=a23=NULL;
        ]
      ]
    ];
    MSPBlock[{$$a21,$$a22,$$a23},a21=$$a21;a22=$$a22;a23=$$a23;]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    If [a2!=0,
      uu1 = -(b2+c2)/a2; uu2=1; uu3=1;;
      If [b2!=0,
        uu1=1; uu2=-(a2+c2)/b2; uu3=1;;
      If [c2!=0,
        uu1=1;uu2=1;uu3=-(a2+b2)/c2;;
        uu1=uu2=uu3=NULL;
      ]
    ]
  ];
  MSPBlock[{$$uu1,$$uu2,$$uu3},uu1=$$uu1;uu2=$$uu2;uu3=$$uu3;]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  m={a2,b2,c2}; uu={uu1, uu2, uu3}; vv=Cross[uu,m];
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPExportImage[StyleForm[x == a21 + vv[[1]]*s + uu1*t,
    FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPExportImage[StyleForm[y == a22 + vv[[2]]*s + uu2*t,

```

```

        FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
    <br />
    <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm[z == a23 + vv[[2]]*s + uu3*t,
            FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
    </div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
    <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
</div>
<div class="blok">
    <div id="graf">
        <msp:evaluate>
            Needs["LinearAlgebra`Orthogonalization`"];
        </msp:evaluate>
        <msp:evaluate>
            reseni = Solve[{a1*x + b1*y + c1*z + d1 == 0,
                a2*x + b2*y + c2*z + d2 == 0}, {x, y, z}];
        </msp:evaluate>
        <msp:evaluate>
            A1 = {a11,a12,a13}; A2 = {a21,a22,a23};
            absn = Norm[n]; absm = Norm[m]; nm=n.m;
            normn = Normalize[n]; normm = Normalize[m];
            bodPrusecnice = LinearSolve[{n, m}, {-d1, -d2}];
            smerPrusecnice = Cross[n,m];
        </msp:evaluate>
        <msp:evaluate>
            MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
                MSPLive3D[Show[
                    ParametricPlot3D[{a11 + u1*s + v[[1]]*t,
                        a12 + u2*s + v[[2]]*t, a13 + u3*s + v[[3]]*t},
                        {t, -10, 10}, {s, -10, 10}, AspectRatio -> Automatic,
                        ImageSize -> {350, 350}, PlotRange -> {{-10, 10},
                            {-10, 10}}, AxesLabel -> {"x", "y", "z"}},
                    ParametricPlot3D[{a21 + u1*s + v[[1]]*t,
                        a22 + u2*s + v[[2]]*t, a23 + u3*s + v[[3]]*t},
                        {t, -10, 10}, {s, -10, 10}, AspectRatio -> Automatic,
                        ImageSize -> {350, 350}, PlotRange -> {{-10, 10},
                            {-10, 10}}, AxesLabel -> {"x", "y", "z"}
                    ]
                ]
            ]
        </msp:evaluate>
    </div>
</div>
<div id="vysledky">
    <h1>Výsledky</h1> <br /><br />

```

```

<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
    If [normn==normm,
      MSPEXportImage[StyleForm["Roviny jsou rovnoběžné",
        FontSize -> 16]],
      MSPEXportImage[StyleForm["Roviny jsou různoběžné",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate> <br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
    If [normn!=normm,
      MSPEXportImage[StyleForm["Odchylka rovin je: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
    If [normn!=normm,
      fi = Round[N[ArcCos[Abs[nm]/(absn*absm)]] 180/Pi];
      MSPEXportImage[StyleForm[fi Degree, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate> <br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
    If [normn==normm,
      MSPEXportImage[StyleForm["Vzdálenost rovin je: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
    If [normn==normm,
      vzdalenost = Abs[d2*a1/a2 - d1]/Sqrt[a1^2 + b1^2 + c1^2];
      MSPEXportImage[StyleForm[vzdalenost, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
    If [normn==normm,
      MSPEXportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>


```

```


<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
    If [normn==normm,
      MSPEXportImage[StyleForm[N[vzdalenost], FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate><br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
    If [normn!=normm,
      MSPEXportImage[StyleForm["Rovnice prusečnice je: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate><br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
    If [normn!=normm,
      MSPEXportImage[StyleForm[x == bodPrusecnice[[1]] +
        smerPrusecnice[[1]]*t, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
    If [normn!=normm,
      MSPEXportImage[StyleForm[y == bodPrusecnice[[2]] +
        smerPrusecnice[[2]]*t, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$b1, $$c1, $$d1, $$a2, $$b2, $$c2, $$d2},
    If [normn!=normm,
      MSPEXportImage[StyleForm[z == bodPrusecnice[[3]] +
        smerPrusecnice[[3]]*t, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```

Vzájemná poloha obecně a parametricky zadaných rovin v prostoru



Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole



<< ZPĚT

Vzájemná poloha dvou rovin v prostoru.

Rovina $\vec{X} = A + \vec{u}s + \vec{v}t$

$$\begin{aligned} x &= 2 + 2s + 1t \\ y &= -1 + 1s + 2t \\ z &= -1 + 1s + 1t \end{aligned} \quad t, s, t \in \mathbb{R}$$

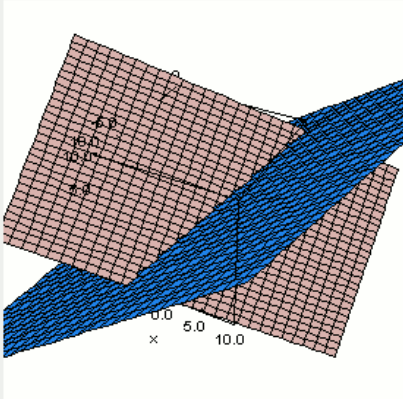
$$-x - y + 3z + 4 = 0$$

Rovina $ax + by + cz + d = 0$

$$1x + -1y + 1z + -1 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= 2s + 1 \\ y &= s + t \\ z &= s + t \end{aligned}$$

Pracuj!



Výsledky

Roviny jsou různoběžné
Odchylka rovin je: 59 °

Rovnice průsečnice je:

$$\begin{aligned} x &= 2t + \frac{5}{2} \\ y &= 4t + \frac{3}{2} \\ z &= 2t \end{aligned}$$

Obrázek 4-17 – Parametricky a obecně vyjádřené roviny v prostoru.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
  charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
  media="all" />
  <title>WebMath - roviny v prostoru</title>
</head>
<body>
```



```

<div id="zpet">
  <a href="index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="rovinaPRovina.jsp" method="post">
    <msp:allocateKernel>
    <div class="center">
      <h1>Vzájemná poloha dvou rovin v prostoru.</h1>
    </div>
    <div class="blok">
      <div class="zadani">
        <h1>Rovina</h1>
        <msp:evaluate>
          MSPExportImage[StyleForm["!\(\(X\& -> \) = A + \(\u\& -> \) s\
+ \(\v\& -> \) t\)", FontSize -> 16]]
        </msp:evaluate>
      </div>
      <div class="input">
        x = <input name="a1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
        <input name="u1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u1,"2"]</msp:evaluate>" /> s +
        <input name="v1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v1,"1"]</msp:evaluate>" /> t<br />
        y = <input name="a2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a2,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
        <input name="u2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u2,"1"]</msp:evaluate>" /> s +
        <input name="v2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v2,"2"]</msp:evaluate>" /> t<br />
        z = <input name="a3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a3,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
        <input name="u3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u3,"1"]</msp:evaluate>" /> s +
        <input name="v3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v3,"1"]</msp:evaluate>" /> t
        <msp:evaluate>
          MSPExportImage[StyleForm["", s, t\[Element]R", FontSize -> 16]]
        </msp:evaluate><br />
        <msp:evaluate>
          MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2, $$v3, $$a1, $$a2, $$a3},
            u1=$$u1;u2=$$u2;u3=$$u3;v1=$$v1;v2=$$v2;v3=$$v3;
            a1=$$a1;a2=$$a2;a3=$$a3;];
          n = Cross[{u1, u2, u3},{v1, v2, v3}];
          dd = -(a1*n[[1]]+a2*n[[2]]+a3*n[[3]]);
        </msp:evaluate>
        <msp:evaluate>

```

```

MSPBlock[{$$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2, $$v3, $$a1, $$a2, $$a3},
  MSPExportImage[StyleForm[n[[1]]*x+n[[2]]*y+n[[3]]*z+dd ==0,
    FontSize -> 16]]
]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
<div class="blok">
  <div class="zadani">
    <h1>Rovina</h1>
    <msp:evaluate>
      MSPExportImage[StyleForm["ax + by + cz + d = 0",
        FontSize -> 16]]
    </msp:evaluate>
  </div>
  <div class="input">
    <input name="a" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a,"1"]</msp:evaluate>" /> x +
    <input name="b" size="1" value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b,"-
1"]</msp:evaluate>" /> y +
    <input name="c" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$c,"1"]</msp:evaluate>" /> z +
    <input name="d" size="1" value="<msp:evaluate>MSPValue[$$d,"-
1"]</msp:evaluate>" /> = 0
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a, $$b, $$c, $$d}, a=$$a;b=$$b;c=$$c;d=$$d;]
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      If [a!=0,
        b1=-d/a; b2=0; b3=0,
        If [b!=0,
          b1=0; b2=-d/b; b3=0,
          If [c!=0,
            b1=0; b2=0; b3=-d/c,
            b1=b2=b3=Null
          ]
        ]
      ];
      MSPBlock[{$$b1, $$b2, $$b3}, b1=$$b1;b2=$$b2;b3=$$b3;];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      If [a!=0,
        uu1 = -(b+c)/a; uu2=1; uu3=1,
        If [b!=0,
          uu1=1; uu2=-(a+c)/b; uu3=1,
          If [c!=0,
            uu1=1;uu2=1;uu3=-(a+b)/c,
            uu1=uu2=uu3=Null
          ]
        ]
    </msp:evaluate>
  </div>

```

```

]
];
MSPBlock[{$$uu1, $$uu2, $$uu3}, uu1=$$uu1; uu2=$$uu2; uu3=$$uu3;];
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  m={a,b,c}; uu={uu1, uu2, uu3}; vv=Cross[uu,m];
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPExportImage[StyleForm[x == b1 + vv[[1]]*s + uu1*t,
    FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPExportImage[StyleForm[y == b2 + vv[[2]]*s + uu2*t,
    FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPExportImage[StyleForm[z == b3 + vv[[2]]*s + uu3*t,
    FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      Needs["LinearAlgebra`Orthogonalization`"];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      reseni = Solve[{a*x + b*y + c*z + d == 0,
        n[[1]]*x + n[[2]]*y + n[[3]]*z + dd == 0}, {x,y,z}];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      A = {a1,a2,a3}; B = {b1,b2,b3};
      absn = Norm[n]; absm = Norm[m]; mn=m.n;
      normn = Normalize[n]; normm = Normalize[m];
      bodPrusecnice = LinearSolve[{n, m}, {-dd, -d}];
      smerPrusecnice = Cross[n,m];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
        $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
        MSPLive3D[Show[{
          ParametricPlot3D[{a1 + u1*s + v1*t, a2 + u2*s + v2*t,

```

```

    a3 + u3*s + v3*t}, {t, -10, 10}, {s, -10, 10},
    AspectRatio -> Automatic, ImageSize -> {350, 350},
    PlotRange -> {{-10, 10}, {-10, 10}, {-10, 10}},
    AxesLabel -> {"x", "y", "z"}],
  ParametricPlot3D[{b1 + uu1*s + vv[[1]]*t,
    b2 + uu2*s + vv[[2]]*t, b3 + uu3*s + vv[[3]]*t},
    {t, -10, 10}, {s, -10, 10}, AspectRatio -> Automatic,
    ImageSize -> {350, 350}, PlotRange -> {{-10, 10},
    {-10, 10}, {-10, 10}}, AxesLabel -> {"x", "y", "z"}]
  ]
]
</msp:evaluate>
</div>
<div id="vysledky">
  <h1>Výsledky</h1> <br /><br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
      $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
      If [normn==normm,
        MSPEXportImage[StyleForm["Roviny jsou rovnoběžné",
          FontSize -> 16]],
        MSPEXportImage[StyleForm["Roviny jsou různoběžné",
          FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate> <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
      $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
      If [normn!=normm,
        MSPEXportImage[StyleForm["Odchylka rovin je: ",
          FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate>
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
      $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
      If [normn!=normm,
        fi = Round[N[ArcCos[Abs[mn]/(absn*absm)]] 180/Pi];
        MSPEXportImage[StyleForm[fi Degree, FontSize -> 16]]
      ]
    ]
  </msp:evaluate> <br />
  <msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
      $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
      If [normn==normm,

```

```

        MSPEXportImage[StyleForm["Vzdálenost rovin je: ",
            FontSize -> 16]]
    ]
]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
        $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
        If [normn==normm,
            vzdalenost = Abs[dd*a/n[[1]] - d]/Sqrt[a^2 + b^2 + c^2];
            MSPEXportImage[StyleForm[vzdalenost, FontSize -> 16]]
        ]
    ]
]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
        $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
        If [normn==normm,
            MSPEXportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16]]
        ]
    ]
]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
        $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
        If [normn==normm,
            MSPEXportImage[StyleForm[N[vzdalenost], FontSize -> 16]]
        ]
    ]
]
</msp:evaluate><br />
<msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
        $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
        If [normn!=normm,
            MSPEXportImage[StyleForm["Rovnice prusečnice je: ",
                FontSize -> 16]]
        ]
    ]
]
</msp:evaluate><br />
<msp:evaluate>
    MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
        $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
        If [normn!=normm,
            MSPEXportImage[
                StyleForm[x == bodPrusecnice[[1]] + smerPrusecnice[[1]]*t,
                FontSize -> 16]
            ]
        ]
    ]
]
]
]


```

```


</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
    $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
    If [normn!=normm,
      MSPEXportImage[
        StyleForm[y == bodPrusecnice[[2]] + smerPrusecnice[[2]]*t,
          FontSize -> 16]
      ]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3,
    $$v1, $$v2, $$v3, $$a, $$b, $$c, $$d },
    If [normn!=normm,
      MSPEXportImage[
        StyleForm[z == bodPrusecnice[[3]] + smerPrusecnice[[3]]*t,
          FontSize -> 16]
      ]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>

```

Vzájemná poloha dvou parametricky zadaných rovin v prostoru



Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole



Vzájemná poloha dvou rovin v prostoru.

Rovina $\vec{X} = A + \vec{u}s + \vec{v}t$

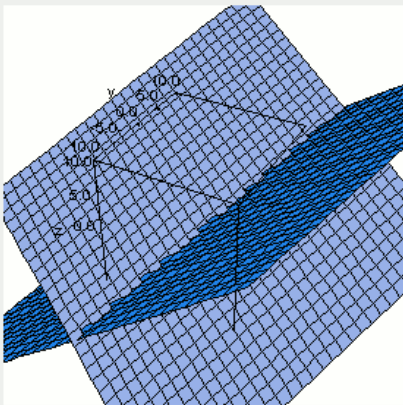
$$\begin{aligned} x &= 2 + 2s + 1t \\ y &= -1 + 1s + 2t \\ z &= -1 + 1s + 1t \end{aligned} \quad t, s, t \in \mathbb{R}$$

$$-x - y + 3z + 4 = 0$$

Rovina $\vec{X} = B + \vec{k}s + \vec{l}t$

$$\begin{aligned} x &= 2 + 2s + 1t \\ y &= -1 + -1s + 2t \\ z &= -1 + -1s + 1t \end{aligned} \quad t, s, t \in \mathbb{R}$$

$$x - 3y + 5z = 0$$



Výsledky

Roviny jsou různoběžné
Odchylka rovin je: 30 °

Rovnice průsečnice je:
 $x = 4t + 3$
 $y = 8t + 1$
 $z = 4t$

Obrázek 4-18 - Vzájemná poloha dvou parametricky vyjádřených rovin.

Zdrojový kód

```
<%@ page language="java" %>
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>
<?xml version="1.0" encoding="windows-1250"?>
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
<html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" lang="cs" xml:lang="cs">
<head>
  <meta http-equiv="content-type" content="text/html;
charset=windows-1250" />
  <link rel="stylesheet" type="text/css" href="styly.css"
media="all" />
  <title>WebMath - roviny v prostoru</title>
```

```

</head>

<body>
<div id="zpet">
  <a href="index.html"> &lt;&lt; ZPĚT</a>
</div>
<div class="stred">
  <form action="rovinaPRovinaP.jsp" method="post">
  <msp:allocateKernel>
  <msp:evaluate>
    $ExportImageOptions = "Transparency" -> GrayLevel[1];
  </msp:evaluate>
  <div class="center">
    <h1>Vzájemná poloha dvou rovin v prostoru.</h1>
  </div>
  <div class="blok">
    <div class="zadani">
      <h1>Rovina</h1>
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["!\!(\ (X\& -> \) = A + \ (u\& -> \) s\
+ \ (v\& -> \) t)", FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate>
    </div>
    <div class="input">
      x = <input name="a1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u1,"2"]</msp:evaluate>" /> s +
      <input name="v1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v1,"1"]</msp:evaluate>" /> t<br />
      y = <input name="a2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a2,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u2,"1"]</msp:evaluate>" /> s +
      <input name="v2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v2,"2"]</msp:evaluate>" /> t<br />
      z = <input name="a3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$a3,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
      <input name="u3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$u3,"1"]</msp:evaluate>" /> s +
      <input name="v3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$v3,"1"]</msp:evaluate>" /> t
      <msp:evaluate>
        MSPExportImage[StyleForm["", s, t \[Element] R",
          FontSize -> 16]]
      </msp:evaluate><br />
      <msp:evaluate>
        MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,$$a1,$$a2,$$a3},
          u1=$$u1;u2=$$u2;u3=$$u3;v1=$$v1;v2=$$v2;v3=$$v3;

```



```

a1=$$a1;a2=$$a2;a3=$$a3;];
n = Cross[{u1, u2, u3},{v1, v2, v3}];
d = -(a1*n[[1]] + a2*n[[2]] + a3*n[[3]]);
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$u1,$$u2,$$u3,$$v1,$$v2,$$v3,$$a1,$$a2,$$a3},
MSPExportImage[StyleForm[n[[1]]*x+n[[2]]*y+n[[3]]*z+d == 0,
FontSize -> 16]]
]
</msp:evaluate> <br />
</div>
</div>
<div class="blok">
<div class="zadani">
<h1>Rovina</h1>
<msp:evaluate>
MSPExportImage[StyleForm["!\!(X\& -> \) = B + \!(k\& -> \) s\
+ \!(l\& -> \) t\)", FontSize -> 16]]
</msp:evaluate>
</div>
<div class="input">
x = <input name="b1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b1,"2"]</msp:evaluate>" /> +
<input name="k1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$k1,"2"]</msp:evaluate>" /> s +
<input name="l1" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$l1,"1"]</msp:evaluate>" /> t<br />
y = <input name="b2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b2,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
<input name="k2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$k2,"-1"]</msp:evaluate>" /> s +
<input name="l2" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$l2,"2"]</msp:evaluate>" /> t<br />
z = <input name="b3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$b3,"-1"]</msp:evaluate>" /> +
<input name="k3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$k3,"-1"]</msp:evaluate>" /> s +
<input name="l3" size="1"
value="<msp:evaluate>MSPValue[$$l3,"1"]</msp:evaluate>" /> t
<msp:evaluate>
MSPExportImage[StyleForm["", s, t \[Element] R",
FontSize -> 16]]
</msp:evaluate><br />
<msp:evaluate>
MSPBlock[{$$b1,$$b2,$$b3,$$k1,$$k2,$$k3,$$l1,$$l2,$$l3},
b1=$$b1;b2=$$b2;b3=$$b3;k1=$$k1;k2=$$k2;k3=$$k3;
l1=$$l1;l2=$$l2;l3=$$l3;];
m = Cross[{k1, k2, k3}, {l1, l2, l3}];
dd = -(b1*m[[1]] + b2*m[[2]] + b3*m[[3]]);

```

```

</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
    MSPExportImage[StyleForm[m[[1]]*x+m[[2]]*y+m[[3]]*z+dd == 0,
      FontSize -> 16]]
  ]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
<hr />
<div id="submit">
  <input type="submit" name="btnSubmit" value="Pracuj!" />
</div>
<div class="blok">
  <div id="graf">
    <msp:evaluate>
      Needs["LinearAlgebra`Orthogonalization`"];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      reseni = Solve[{n[[1]]*x + n[[2]]*y + n[[3]]*z + d == 0,
        m[[1]]*x + m[[2]]*y + m[[3]]*z + dd == 0}, {x,y,z}];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      A = {a1,a2,a3}; B = {b1,b2,b3};
      absn = Norm[n]; absm = Norm[m]; nm=n.m;
      normn = Normalize[n]; normm = Normalize[m];
      bodPrusecnice = LinearSolve[{n, m}, {-d, -dd}];
      smerPrusecnice = Cross[n,m];
    </msp:evaluate>
    <msp:evaluate>
      MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
        $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
        MSPLive3D[Show[
          ParametricPlot3D[{a1 + u1*s + v1*t, a2 + u2*s + v2*t,
            a3 + u3*s + v3*t}, {t, -10, 10}, {s, -10, 10},
            AspectRatio -> Automatic, ImageSize -> {350, 350},
            PlotRange -> {{-10, 10}, {-10, 10}, {-10, 10}},
            AxesLabel -> {"x", "y", "z"}],
          ParametricPlot3D[{b1 + k1*s + l1*t, b2 + k2*s + l2*t,
            b3 + k3*s + l3*t}, {t, -10, 10}, {s, -10, 10},
            AspectRatio -> Automatic, ImageSize -> {350, 350},
            PlotRange -> {{-10, 10}, {-10, 10}, {-10, 10}},
            AxesLabel -> {"x", "y", "z"}]
        ]
      ]
    </msp:evaluate>
  </div>
</div>
<div id="vysledky">

```

```

<h1>Výsledky</h1> <br /><br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
    $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
    If [normn==normm,
      MSPEXportImage[StyleForm["Roviny jsou rovnoběžné",
        FontSize -> 16]],
      MSPEXportImage[StyleForm["Roviny jsou různoběžné",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate> <br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
    $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
    If [normn!=normm,
      MSPEXportImage[StyleForm["Odchylka rovin je: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
    $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
    If [normn!=normm,
      fi = Round[N[ArcCos[Abs[nm]/(absn*absm)]] 180/Pi];
      MSPEXportImage[StyleForm[fi Degree, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate> <br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
    $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
    If [normn==normm,
      MSPEXportImage[StyleForm["Vzdálenost rovin je: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
    $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
    If [normn==normm,
      vzdalenost = Abs[dd*n[[1]]/m[[1]] - d]/
      Sqrt[n[[1]]^2 + n[[2]]^2 + n[[3]]^2];
      MSPEXportImage[StyleForm[vzdalenost, FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>

```

```

<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
    $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
    If [normn==normm,
      MSPEXportImage[StyleForm[" = ", FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
    $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
    If [normn==normm,
      MSPEXportImage[StyleForm[N[vzdalenost], FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate><br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
    $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
    If [normn!=normm,
      MSPEXportImage[StyleForm["Rovnice prusečnice je: ",
        FontSize -> 16]]
    ]
  ]
</msp:evaluate><br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
    $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
    If [normn!=normm,
      MSPEXportImage[
        StyleForm[x == bodPrusecnice[[1]] + smerPrusecnice[[1]]*t,
          FontSize -> 16]
      ]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<br />
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
    $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
    If [normn!=normm,
      MSPEXportImage[
        StyleForm[y == bodPrusecnice[[2]] + smerPrusecnice[[2]]*t,
          FontSize -> 16]
      ]
    ]
  ]
</msp:evaluate>
<br />

```

```
<msp:evaluate>
  MSPBlock[{$$a1, $$a2, $$a3, $$u1, $$u2, $$u3, $$v1, $$v2,
    $$v3, $$b1, $$b2, $$b3, $$k1, $$k2, $$k3, $$l1, $$l2, $$l3},
  If [normn!=normm,
    MSPExportImage[
      StyleForm[z == bodPrusecnice[[3]] + smerPrusecnice[[3]]*t,
        FontSize -> 16]
    ]
  ]
]
</msp:evaluate>
</div>
</div>
</msp:allocateKernel>
</form>
</div>
</body>
</html>
```

5. Webové stránky

Pro prezentaci našich výtvorů jsme vytvořili webový portál. Je vytvořen tak, aby ho bylo možné rozšiřovat o další témata. Příklady jsou zařazeny do tematických celků, které jsou jasně logicky provázány, takže pro případného uživatele by neměl být problém nalézt téma, které chce procvičit. Samozřejmě jsme do něj zařadili i příklady slečny V. Burianové a pana M. Bandy a doufáme, že další práce budou přibývat.

Pro představu přikládáme úkazku webového portálu a několika dalších internetových stránek.

**Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole**

Analytická geometrie
[Analytická geometrie v rovině](#)
[Analytická geometrie v prostoru](#)

Funkce
[Kvadratická funkce](#)
[Funkce sinus](#)
[Funkce cosinus](#)
[Grafy elementárních funkcí](#)

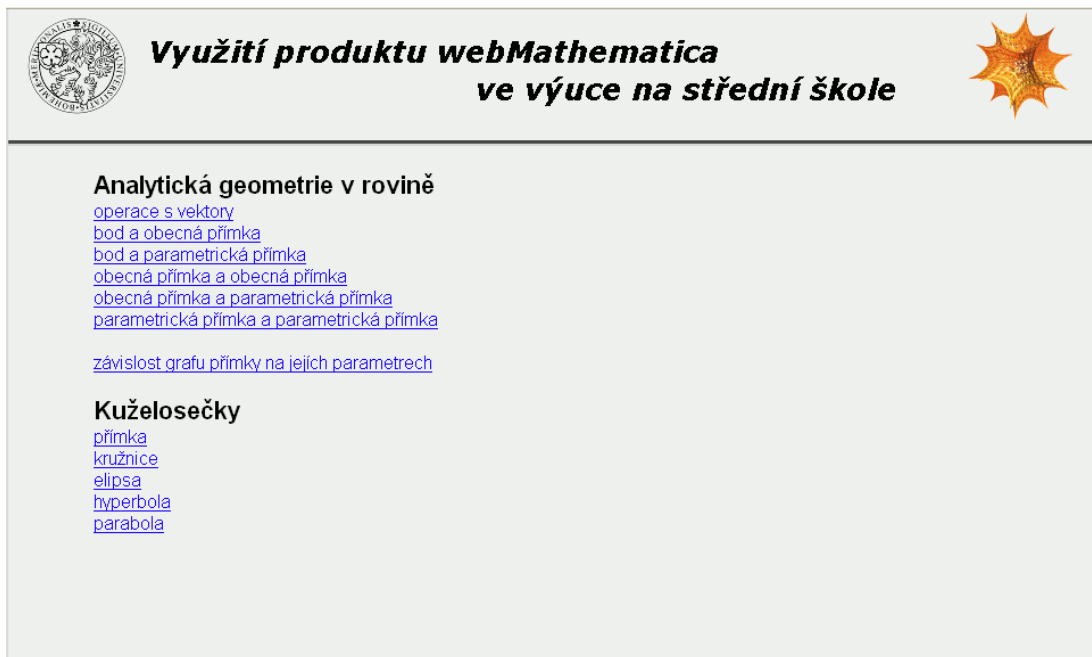
Geometrie
[Funkce sinus](#)

Algebra
[Komplexní čísla](#)

webMATHematica2
POWERED BY

5-1 - Webový portál.

V sekci „Analytická geometrie v rovině“ se dostaneme na rozcestník, ve kterém jsou odkazy na naše společné práce. Tedy na témata Analytická geometrie v rovině a Kuželosečky.



The screenshot shows a navigation page with a header containing a logo on the left, the title "Využití produktu webMathematica ve výuce na střední škole" in the center, and a starburst graphic on the right. The main content area is divided into two sections: "Analytická geometrie v rovině" and "Kuželosečky". Each section contains a list of blue hyperlinks to various topics.

Analytická geometrie v rovině

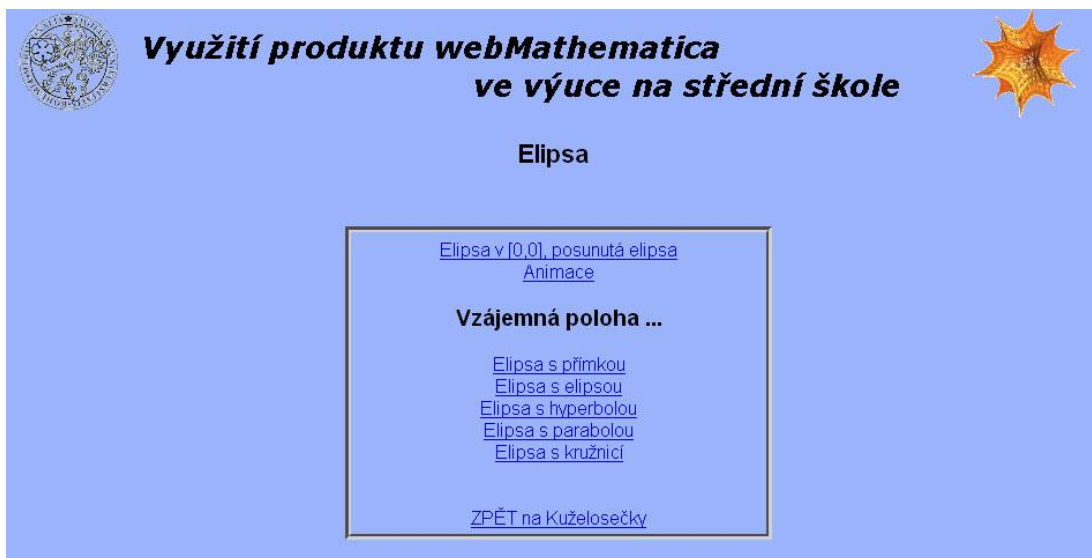
- [operace s vektory](#)
- [bod a obecná přímka](#)
- [bod a parametrická přímka](#)
- [obecná přímka a obecná přímka](#)
- [obecná přímka a parametrická přímka](#)
- [parametrická přímka a parametrická přímka](#)
- [závislost grafu přímky na jejích parametrech](#)

Kuželosečky

- [přímka](#)
- [kružnice](#)
- [elipsa](#)
- [hyperbola](#)
- [parabola](#)

5-2 - Analytická geometrie v rovině.

Tato ukázka zobrazuje stránku, která se skrývá pod odkazem „elipsa“. Obdobným způsobem jsou zpracovány i ostatní kuželosečky.




The screenshot shows a page titled "Elipsa" with a blue background. It features the same header as the previous screenshot. The main content area contains a central box with a list of blue hyperlinks. At the bottom of the box is a link to return to the conic sections page.

Elipsa


- [Elipsa v \$\[0,0\]\$, posunutá elipsa](#)
- [Animace](#)
- Vzájemná poloha ...**
 - [Elipsa s přímkou](#)
 - [Elipsa s elipsou](#)
 - [Elipsa s hyperbolou](#)
 - [Elipsa s parabolou](#)
 - [Elipsa s kružnicí](#)
- [ZPĚT na Kuželosečky](#)

5-3 Elipsa

Pod odkazem „Analytická geometrie v prostoru“ jsou k dispozici témata s vzájemnou polohou bodu, přímky a roviny.



**Využití produktu webMathematica
ve výuce na střední škole**



Analytická geometrie v prostoru
[operace s vektory](#)
[bod a přímka](#)
[přímka a přímka](#)
[bod a obecná rovina](#)
[bod a parametrická rovina](#)
[přímka a obecná rovina](#)
[přímka a parametrická rovina](#)
[obecná rovina a obecná rovina](#)
[obecná rovina a parametrická rovina](#)
[parametrická rovina a parametrická rovina](#)

[závislost grafu roviny na jejích parametrech](#)

5-4 - Analytická geometrie v prostoru.

6. Závěr

Na začátku naší práce jsme se obávali, zda opravdu stihneme splnit námi vytýčené cíle. Naštěstí můžeme říct, že jsme opravdu obsáhli všechna témata, která jsme měli v plánu zpracovat.

Po společné teoretické části, která představuje program web*Mathematica*, jsme v našich diplomových pracích zpracovali prostředí pro výuku analytické geometrie. Výsledkem tedy není pouze tato diplomová práce, ale především webový portál s vytvořenými příklady k procvičení vzájemné polohy kuželoseček a analytické geometrie v rovině a prostoru.

Mezi cíle naší diplomové práce bylo i vyřešení problémů, na které narazili naši předchůdci. Jako nejdůležitější se jevil opravit nefunkčnost zobrazování českých znaků na stránkách. Jelikož jsou stránky psány pomocí technologie JSP, je třeba znakovou sadu definovat pomocí příkazu:

```
<%@ page contentType="text/html; charset=WINDOWS-1250" %>
```

Bohužel web*Mathematica* samotná neumí pracovat s českou abecedou, proto se stále na našich stránkách vyskytují místa bez diakritiky. Ty jsou tam, kde je třeba o výstupu rozhodnout na základě podmínek. Tento problém by šel vyřešit nahrazením kódu web*Mathematici* Java konstrukcí, ale k tomu jsme se kvůli nedostatku času nedostali.

Dalším úkolem bylo odstranění nefunkčnosti stránek pod jinými webovými prohlížeči než je Internet Explorer. Zjistili jsme, že se v místech odkazů nějakým nedopatřením dostaly do zdrojového kódu opačná lomítka, což je v rozporu se standardy definovanými pro psaní internetových stránek. S tímto problémem si poradil právě jen Internet Explorer.

Jako problém se při tvorbě příkladů ukázal také fakt, že web*Mathematica* server je poměrně citlivý i na drobné chyby, jako je například chybějící závorka, a tím vyřadí server z provozu. Před ostrým testováním je tedy třeba kód důkladně odladit v *Mathematice*, a až poté ho vyzkoušet ve webovém prostředí.

Asi posledním úkolem, který jsme chtěli vyřešit, bylo problematické pozadí obrázku, který je výstupem webMathematici. Standardně je pro barvu pozadí použita bílá, která v kombinaci s barevným pozadím stránky vypadá rušivě. Po pečlivém prostudování dokumentace jsme zjistili, že příkaz *MSPExport* má volitelnou možnost, která mění danou barvu v průhlednou.

Domníváme se, že do budoucna by bylo vhodné provést výzkum, který by se zabýval účinností používání této technologie ve výuce. Výsledek takového projektu by byl zajímavý a věříme, že i motivující pro další tvorbu aplikací s podporou webMathematici i jiných výukových prostředí.

7. Použitá literatura a www

Literatura

- [1] WOLFRAM, S.: *The MATHEMATICA BOOK 5th ed.*, Wolfram Media, 2003.
- [2] Burianová V., Mrkvička T.: Portál pro učitele a studenty matematiky s využitím WebMathematica, *Sborník příspěvků 3.konference Užití počítačů ve výuce matematiky*, Jihočeská universita, České Budějovice (2007), str. 21 - 25.
- [3] Benda M., Využití produktu webMathematica ve výuce na střední škole, Diplomová práce, Jihočeská universita, České Budějovice 2007.
- [4] Burianová V., Využití produktu webMathematica ve výuce na střední škole, Diplomová práce, Jihočeská universita, České Budějovice 2007.

WWW

- [1] <http://www.wolfram.com/products/webmathematica/index.html>
- [2] <http://ladislav.prskavec.net/?node=workshop&lang=1>
- [3] <http://147.228.60.216:8080/EVLM/?obsah=ucitel>