

Interpolação linear bivariada

	y_1	y	y_2
x_1	a_1		a_2
x		Z	
x_2	b_1		b_2

A) Interpolação primeiro em x (vertical)

	y_1	y	y_2
x_1	a_1		a_2
x	V_1	Z'	V_2
x_2	b_1		b_2

$$V_1 = a_1 + (b_1 - a_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad V_2 = a_2 + (b_2 - a_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$Z' = V_1 + (V_2 - V_1) \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Ou seja,

$$Z' = \left[a_1 + (b_1 - a_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \right] + \left[a_2 - a_1 + (b_2 - a_2 - b_1 + a_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \right] \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$Z' = a_1 + (b_1 - a_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} + (a_2 - a_1) \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} + (a_1 - a_2 - b_1 + b_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

B) Interpolação primeiro em y (horizontal)

	y_1	y	y_2
x_1	a_1	W_1	a_2
x		Z''	
x_2	b_1	W_2	b_2

$$W_1 = a_1 + (a_2 - a_1) \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \quad W_2 = b_1 + (b_2 - b_1) \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$Z'' = W_1 + (W_2 - W_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Ou seja,

$$Z'' = \left[a_1 + (a_2 - a_1) \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \right] + \left[b_1 - a_1 + (a_1 - a_2 - b_1 + b_2) \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \right] \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

C) Finalmente, desenvolvendo esta última expressão, é

$$Z'' = a_1 + (a_2 - a_1) \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} + (b_1 - a_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} + (a_1 - a_2 - b_1 + b_2) \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$Z'' = a_1 + (b_1 - a_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} + (a_2 - a_1) \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} + (a_1 - a_2 - b_1 + b_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$Z'' \equiv Z'$$

A ordem da interpolação é, pois, indiferente.

