(*c*) Nova Base:

$$\eta = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{t_{62}} \\ \dfrac{-t_{42}}{t_{62}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{13/7} \\ -\dfrac{1/7}{13/7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{7}{13} \\ \dfrac{-1}{13} \end{pmatrix}; \qquad \mathbf{E} = (\boldsymbol{\eta}, \mathbf{u}_2)$$

$$\mathbf{S}_{\text{nova}}^{-1} = \mathbf{ES}^{-1} = \begin{pmatrix} 7/13 & 0 \\ -1/13 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1/7 \\ 0 & 1/7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7/13 & -1/13 \\ -1/13 & 2/13 \end{pmatrix}$$

Resumo da Iteração n.º 2:

$$\mathbf{X}_S = (x_2, x_4)^T; \qquad \mathbf{C}_S^T = (2, 6)$$

Iteração n.º 3:
Os vectores não básicos agora são $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_6$, $\mathbf{P}_3$, $\mathbf{P}_8$, $\mathbf{P}_5$ e $\mathbf{P}_7$.

(*a*) Vector de Entrada:

$$\mathbf{W} = \mathbf{C}_S^T \mathbf{S}^{-1} = (2, 6) \begin{pmatrix} 7/13 & -1/13 \\ -1/13 & 2/13 \end{pmatrix} = (8/13,\ 10/13)$$

$$(c_1 - z_1,\ c_6 - z_6,\ c_3 - z_3,\ c_8 - z_8,\ c_5 - z_5,\ c_7 - z_7) = (c_1,\ c_6,\ c_3,\ c_8,\ c_5,\ c_7) - \mathbf{W}(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_6, \mathbf{P}_3, \mathbf{P}_8, \mathbf{P}_5, \mathbf{P}_7)$$

$$= (3, M, 4, M, 0, 0) - (8/13, 10/13) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= (\ 11/13,\ -8/13 + M,\ 14/13,\ -10/13 + M,\ 8/13,\ 10/13)$$

Dado que todos os coeficientes são não negativos, o passo anterior indica-nos que se atingiu a solução óptima. Os valores óptimos das variáveis e da função objectivo são os seguintes:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x_4 \end{pmatrix} = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 7/13 & -1/13 \\ -1/13 & 2/13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 1500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5500/13 \\ 2000/13 \end{pmatrix}$$

$$z = \mathbf{C}_S^T \mathbf{X}_S = (2, 6) \begin{pmatrix} 5500/13 \\ 2000/13 \end{pmatrix} = 23\,000/13$$

5.3 Use o método simplex revisto para resolver o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar:} \quad & z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ \text{sujeito a:} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \le 1 \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ & 3x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 4 \\ \text{com:} \quad & \text{todas as variáveis não negativas} \end{aligned}$$

O problema passa à forma *standard* com a introdução da variável de folga x_4, a variável de excesso x_6, e as variáveis artificiais x_5 e x_7.

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar:} & z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 0x_4 - Mx_5 + 0x_6 - Mx_7 \\ \text{sujeito a:} & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 2 \\ & 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_6 + x_7 = 4 \end{array}$$

com: todas as variáveis não negativas

$$\mathbf{P}_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}, \mathbf{P}_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}, \mathbf{P}_3 = \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}, \mathbf{P}_4 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \mathbf{P}_5 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \mathbf{P}_6 = \begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix}, \mathbf{P}_7 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}$$

Inicialização:

$$\mathbf{X}_S = (x_4, x_5, x_7)^T; \quad \mathbf{C}_S^T = (0, -M, -M); \quad \mathbf{S} = (\mathbf{P}_4, \mathbf{P}_5, \mathbf{P}_7) = \mathbf{I} = \mathbf{S}^{-1} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Iteração n.º 1:

Os vectores não básicos são $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$, $\mathbf{P}_3$ *e* $\mathbf{P}_6$.

(*a*) Vector de Entrada:

$$\mathbf{W} = \mathbf{C}_S^T\mathbf{S}^{-1} = (0, -M, -M)\mathbf{I} = (0, -M, -M)$$

$$\begin{aligned}(z_1 - c_1, z_2 - c_2, z_3 - c_3, z_6 - c_6) &= \mathbf{W}(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3, \mathbf{P}_6) - (c_1, c_2, c_3, c_6) \\ &= (0, -M, -M)\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 0\\1 & 1 & 2 & 0\\3 & 2 & 1 & -1\end{pmatrix} - (2, 3, 4, 0) \\ &= (-4M - 2, -3M - 3, -3M - 4, M)\end{aligned}$$

Dado que o coeficiente mais negativo corresponde a $\mathbf{P}_1$, este torna-se o vector de entrada (**V.E.**).

(*b*) Vector de Saída:

$$\mathbf{X}_S = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{IB} = \mathbf{B} = \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}; \quad t_1 = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}_1 = \mathbf{IP}_1 = \mathbf{P}_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}$$

$$\theta = \min\{1/1, 2/1, 4/3\} = 1$$

Dado que o menor quociente corresponde a $\mathbf{P}_4$, este torna-se o vector de saída (V.S.).

(*c*) Nova Base:

$$\eta = \begin{pmatrix}1/t_{41}\\-t_{51}/t_{41}\\-t_{71}/t_{41}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/1\\-1/1\\-3/1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-1\\-3\end{pmatrix}; \quad \mathbf{E} = (\eta, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3); \quad \mathbf{S}_{\text{nova}}^{-1} = \mathbf{ES}^{-1} = \mathbf{EI} = \mathbf{E} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\-1 & 1 & 0\\-3 & 0 & 1\end{pmatrix}$$