

TERMODINÂMICA

III Série de Problemas

Prof. Orfeu Bertolami

Instituto Superior Técnico, Departamento de Física

Assunto:

Calor específico dos gases. Transições de fase: equação de Clayperon. Condutividade térmica das substâncias.

Distribuição de Maxwell-Boltzmann.

Radiação do corpo negro: Leis de Wien e Stefan. Lei de Planck.

Constantes e Unidades:

Constante universal dos gases: $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

Número de Avogadro: $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ moléculas mol}^{-1}$

Unidade de massa atómica: u.m.a. = $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

Constante de Boltzmann $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ m K}$

1) O ar é uma mistura de gases que se comporta como um gás perfeito diatómico. Numa mole de ar existem 0.79 mole de azoto (N_2), 0.21 mole de oxigénio (O_2), 0.009 mole de árgon (Ar), 0.0004 mole de dióxido de carbono (CO_2) e vestígios de outros gases (hélio, etc). A pressão atmosférica é a soma das pressões parciais dos vários gases.

Nota: $m(N_2) = 28 \text{ u.m.a.}$ $m(O_2) = 32 \text{ u.m.a.}$ $m(Ar) = 39.9 \text{ u.m.a.}$

1.a) Calcule o calor específico molar do ar a volume constante, C_V (basta considerar os gases mais abundantes). E a pressão constante, C_p ?

1.b) Calcule a massa molar e a densidade do ar em condições normais de pressão e temperatura.

1.c) Calcule o calor específico a volume constante por unidade de massa, c_V , do ar.

R: a) $C_V = 20.68 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$; $C_p = 28.99 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ b) 28.92 g/mol ;
 $1.29 \times 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$ c) $c_V = 0.71 \text{ J g}^{-1}\text{K}^{-1}$

2) Num recipiente fechado de volume $V = 22.4 \text{ l}$ encontra-se um gás que queremos identificar. Para tal sabemos que:

- o gás se encontra em condições normais de pressão e temperatura,
- se fornecermos 41.4 J a temperatura do gás eleva-se 2°C .

2.b) Trata-se de um gás monoatômico ou diatômico? Justifique com calculos.

2.c) Sabendo que o calor específico do gás é $c_v = 10.39 \text{ J g}^{-1}\text{K}^{-1}$, diga de que gás se trata.

3) Considere um gás num recipiente fechado e à temperatura de 25°C . A temperatura do gás eleva-se de 1°C quando lhe é fornecida uma quantidade de calor de 41.57 J . No entanto, se o gás estiver à temperatura de 3000°C , são necessários 58.20 J para obter a mesma elevação de temperatura nas mesmas condições. Sabendo que se trata de um gás puro e não uma mistura, calcule:

3.a) Quantas moles de gás se encontram no recipiente?

3.b) Quantos átomos tem cada molécula do gás?

4) Um patinador desliza sobre gelo num dia em que a temperatura ambiente é de -1°C . Sabendo que o patinador tem 70 kg e que cada patim tem uma lâmina com 30 cm de comprimento e 0.1 mm de espessura, determine:

4.a) A pressão exercida sobre cada patim. Note que em geral um patinador apoia a quase totalidade do seu peso num único patim.

4.b) O ponto de fusão do gelo debaixo de cada patim. A água sobre a qual o patinador desliza encontra-se no estado líquido ou sólido?

5) Suponha que em certo dia no cimo da Serra da Estrela reparou que a água fervia a 96°C . Sabendo que o calor latente de vaporização da água a 100°C é 540 cal/g , calcule a pressão nesse ponto da Serra da Estrela.

Nota: Considere que o vapor de água obedece à equação dos gases perfeitos.

6) Calcule a razão entre a probabilidade de encontrar uma molécula de ar ao nível do mar e a probabilidade de encontrar a uma altura de 10 m, a 27°C.

Massa molecular do ar: 29 g/mole.

7) A atmosfera de Vénus é basicamente constituída por CO_2 e é extramente densa: a pressão do planeta é de 90 atm e a 50 km de altitude é de 1 atm. Considerando que a temperatura a 50 km é igual á da superfície (cerca de 485°C) e sabendo que a aceleração da gravidade em Vénus é $g_V = 8.8 \text{ m s}^{-2}$, diga qual é a razão entre a probabilidade de encontrar uma molécula de CO_2 à superfície do planeta e a 50 km de altitude.

8) A velocidade de escape da Terra é, a cerca de 500 km de altitude, de 11 km/s. Sabendo que a essa altitude a temperatura é de cerca de 60 °K, calcule:

8.a) A velocidade média das moléculas de oxigénio.

8.b) A velocidade média das moléculas de hidrogénio.

8.c) Usando a tabela da distribuição de Maxwell-Boltzmann calcule a probabilidade de se ter $v > v_{\text{escape}}$ nos dois casos. Que pode concluir sobre a abundância dos dois gases na atmosfera?

9) Titã é uma das luas de saturno e a velocidade de escape à sua superfície é semelhante à da lua:

$$v_{\text{esc.Lua}} = 2.4 \text{ km/s} ; v_{\text{esc.Titã}} = 2.6 \text{ km/s} \quad (1)$$

No entanto, Titã tem uma atmosfera de metano (CH_4) e amoníaco (NH_3) e a lua, como se sabe não tem atmosfera. Sabendo que a temperatura à superfície à superfície da lua (na face virada ao sol) é de 100°C e que a temperatura à superfície de Titã (também na face virada ao sol) é de -153°C, explique porque a Lua não pode ter uma atmosfera semelhante. Justifique com cálculos: determine, por exemplo, a

probabilidade de ter $v(CH_4) > v_{escape}$ num e noutro caso.

10) Mostre que a energia total média de um sistema em equilíbrio à temperatura T , constituído por osciladores anarmónicos com energia potencial $V(x) = \frac{k_0 x^4}{4}$ é dada por $\langle \epsilon \rangle = \frac{3}{4}kT$.

11) As superfícies internas das paredes de um grande edifício são mantidas a $20^\circ C$ enquanto que a temperatura da superfície exterior é de $-20^\circ C$. As paredes medem 25 cm de espessura e foram construídas com tijolo de condutividade térmica $0.6\text{ kcal}/(\text{hora } ^\circ C\text{ m})$.

11.a) Calcule a perda de energia por cada m^2 de superfície de parede e por hora.

11.b) Qual a potência de que um aparelho de ar condicionado deve ter para manter a temperatura constante numa sala com 18 m^2 de paredes. Suponha que não existem outras perdas e que a eficiência da máquina é 1.5.

11.c) Se a parede for constituída por duas paredes de tijolo de 7.5 cm e uma caixa de cortiça com 10 cm , calcule as temperaturas em todas as superfícies de separação, sabendo que $K_{cortica} = 5.7 \times 10^{-3}\text{ W}/(\text{m } ^\circ C)$

12) Uma resistência eléctrica atravessa um tubo de 3 m de comprimento e diâmetro interior 80 mm , coberto de um material isolante de 40 mm de espessura e condutibilidade térmica $0.06\text{ kcal}/(\text{hora } ^\circ C\text{ m})$. Suponha que as temperaturas das superfícies interna e externa do isolamento são $200^\circ C$ e $27^\circ C$ respectivamente.

12.a) Calcule a função $T(r)$ que dá a evolução da temperatura no material isolante e esboce o seu gráfico.

12.b) Qual o valor da potência que se tem de fornecer à resistência para que as condições descritas se mantenham constantes?

R: a) $T(r) = 200 + \frac{282}{6\pi \cdot 0.06} \ln\left(\frac{0.04}{r}\right)$ b) $282\text{ kcal}/\text{hora}$

13) Se um esquimó pretendesse substituir o seu iglu por uma casa de betão, que espessura deveriam ter as paredes para que nova habitação tivesse as mesmas características térmicas do iglu?

Espessura das paredes do iglu 20cm

condutividade térmica do gelo $1.7 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Condutividade térmica do betão $0.8 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

R: 9.4 cm

14) Um corpo aquecido à temperatura T emite um fluxo total de energia $\varphi(T)$, quantidade de energia por segundo e por unidade de superfície, proporcional a T^4 ,

$$\varphi(T) = \alpha\sigma T^4 \quad (2)$$

onde $\sigma = 5.672 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ é a chamada constante de Boltzmann, $\alpha \leq 1$ é o coeficiente de absorção do corpo ($\alpha = 1$ para um corpo negro), e T é a temperatura.

14.a) Calcule o fluxo térmico emitido pelo corpo humano à temperatura de 37°C . Qual a quantidade de calorías que é necessário ingerir diariamente só para compensar as perdas com a radiação (considere $\alpha = 0.3$).

14.b) A energia emitida pelo sol corresponde aproximadamente à energia emitida por um corpo negro à temperatura de 6000 K . Calcule o fluxo de energia emitido pelo sol.

15) Nos manuais de fotografia fala-se de temperatura da luz. De facto, a temperatura de uma lâmpada de flash de tungsténio para estúdio é $T_{tung.} = 3200 \text{ K}$, e o seu espectro de radiação pode ser aproximado ao de um corpo negro com esta temperatura. Em dias nublados a luz é semelhante à emitida por um corpo negro à temperatura de $T_{céu} = 7000 \text{ K}$.

15.a) Qual o comprimento de onda, λ_{max} , que corresponde ao máximo de intensidade espectral da energia emitida no primeiro caso (lâmpada) e no segundo (céu).

15.b) Na tabela seguinte estão indicados os valores de comprimentos de onda da radiação na zona do visível.

Côr	Violeta	Azul	Verde	Amarelo	Laranja	Vermelho	Infrav.
$\lambda(10^{-8}m)$	40 – 45	45 – 50	50 – 57	57 – 59	59 – 61	61 – 75	≥ 75

Com base nestes dados e nos resultados da alínea anterior explique qual o motivo pelo qual os manuais de fotografia aconselham o uso de um filtro azul para fotografar

à luz de um lâmpada de tungsténio e um filtro amarelo para fotografar à luz diurna com céu enublado.

16) O pirómetro óptico é um aparelho que se destina a medir as temperaturas à distância, através da análise da radiação emitida pelos corpos.

16.a) Sabendo que os comprimentos de onda de radiação máxima para duas estrelas são respectivamente $\lambda_1 = 45 \times 10^{-8}m$ (côr azul), e $\lambda_2 = 61 \times 10^{-8}m$ (côr vermelha), diga a que temperatura se encontram. Assuma que a radiação emitida é a de um corpo negro.

16.b) Em qual das estrelas a potência emitida por unidade de superfície é maior? Justifique.

17) Segundo o modelo cosmológico padrão, o Universo está a expandir-se e numa fase inicial era constituído por um plasma de partículas elementares (fermiões - i.e. electrões, neutrinos, quarks, etc - e bosões responsáveis pelas interações entre partículas - W , Z , fotões, gluões, gravitões) em equilíbrio térmico. Durante a expansão a temperatura do Universo tem vindo a diminuir. Com o arrefecimento do Universo os quarks combinaram-se e deram origem a protões e neutrões.

17.a) Quando a temperatura atingiu os $T = 10^{10} K$ os protões começaram a combinar-se com neutrões e a dar origem a núcleos de Deutério ($p+n \rightarrow D$). No entanto, a esta temperatura a reacção inversa ($D \rightarrow p+n$) era igualmente frequente. Os átomos de Deutério tornaram-se estáveis quando $T = 5 \times 10^8 K$. Como explicar este fenómeno? Para o fazer calcule a energia de ligação do protão e neutrão no núcleo de Deutério. Dê o resultado em eV ($1 eV = 1.6 \times 10^{-19} J$).

O Universo continuou a expandir-se e a arrefecer. Os núcleos de Deutério fundiram-se em átomos de Hélio, o Universo era um grande reactor de fusão termonuclear.

17.b) A energia de ionização do hidrogénio é $E_{ion} = 13.6 eV$. Calcule a temperatura do Universo quando se formaram os primeiros átomos de Hidrogénio.

17.c) Posteriormente a radiação deixou de estar em equilíbrio térmico com a matéria

(pergunte-se porquê?), e viriam a formar-se as primeiras estrelas e galáxias.

Em 1965 Penzias e Wilson (laboratórios Bell, USA) detectaram por acaso a existência no Universo de uma radiação de fundo. A análise espectral indica que corresponde à radiação de um corpo negro à temperatura $T = 2.7 K$. Actualmente é considerada uma das provas mais sólidas a favor do Big-Bang e do modelo cosmológico padrão.

17.d) Calcule a actual densidade de energia da radiação de fundo do Universo.

17.e) Qual o comprimento de onda a que corresponde o máximo da densidade espectral da energia de radiação.

18.a) Represente esquematicamente o fluxo espectral de energia emitido por dois corpos negros com temperaturas $T_A = 10000 K$ e $T_B = 300 K$.

18.b) Calcule o valor do comprimento de onda λ_{max} para o qual $\varphi(\lambda_{max}, T)$ é máximo em cada um dos dois casos da alínea anterior.

18.c) Como é possível saber a temperatura da superfície de uma estrela se o fluxo espectral de radiação emitido por essa estrela, $\varphi(\lambda, T)$, for conhecido.

18.d) Suponha que, com base no processo exposto na alínea anterior, obteve para a temperatura de superfície de uma estrela A: $T_A = 10^3 K$. Suponha ainda que, utilizando um método completamente independente conseguiu determinar que a distância da estrela A à terra é 150 mil anos de luz. Se o fluxo total de radiação que nos chega dessa estrela A for 64 vezes superior ao de uma outra (B) cuja temperatura de superfície é $T_B = 5000 K$, mas que se encontra a uma distância de 200 mil anos luz e tem raio $R_B = 100 km$, calcule o raio da estrela A.