

# O Big Bang: a origem do Universo

Orfeu Bertolami

Departamento de Física e Astronomia

Faculdade de Ciências, Universidade do Porto

Rua do Campo Alegre 687, 4169-007 Porto, Portugal.

E-mail: [orfeu.bertolami@fc.up.pt](mailto:orfeu.bertolami@fc.up.pt)

Home page: <http://web.ist.utl.pt/orfeu.bertolami/homeorfeu.html>

A ideia de que o Universo teve origem num evento extraordinário que aconteceu num passado remoto remonta dos mais antigos mitos da criação, e praticamente todas as civilizações desenvolveram sistemas cosmogónicos para situar a sua posição na ordem geral do cosmos (ver, por exemplo, Bertolami 2006a e Bertolami 2010a). Contudo, do ponto estritamente científico, a problemática relativa à origem e evolução do Universo só pode ser formulada, ainda que tentativamente, nas primeiras décadas do século XX. Na verdade, podemos afirmar que a cosmologia moderna teve início em 1917 (ver Bertolami 2006a). Neste ano, num artigo seminal, “Considerações cosmológicas sobre a Teoria da Relatividade Geral”, Einstein percebe que a história do espaço-tempo, e assim do Universo como um todo, era uma solução das equações de campo da teoria da relatividade geral, cuja versão final ele apresentara em Novembro de 1915 (ver Bertolami & Páramos 2005). Assumindo que o espaço-tempo era igual a qualquer distância e direcção (hipóteses da homogeneidade e isotropia do espaço-tempo), Einstein constatou que a teoria dava origem à evolução do Universo. Julgando ser isso incompatível com a observação astronómica, segundo a qual posição das estrelas é imutável (como veremos, foi só em 1923 que as galáxias foram reconhecidas como sendo os “átomos” da cosmologia), Einstein concluiu que as equações de campo deveriam que ser modificadas. Introduziu então uma repulsão cósmica para contrabalançar a atracção da gravidade e manter assim o Universo estático. Este termo, por ser constante, é referido como constante cosmológica.

Todavia, no mesmo ano, Willem de Sitter, astrónomo holandês, apresentou uma solução das equações de campo da relatividade geral com o termo cosmológico que era evolutiva! Estudos teóricos subsequentes levados a cabo em 1922 pelo engenheiro russo Alexander Friedmann confirmaram que o modelo evolutivo do Universo é o mais geral com base na hipótese de homogeneidade e isotropia. Em 1924, o abade belga George Lemaître generalizou as soluções de Friedmann de modo a incluir nas equações de campo a constante cosmológica.

É relevante perceber que o Universo corresponde ao conteúdo material do espaço-tempo, pelo que a sua história corresponde à “colagem”, das fotografias da configuração espacial da matéria nele

contida em instantes sucessivos. À geometria da secção espacial do Universo existem três hipóteses: a secção espacial pode corresponder a uma esfera em 3 dimensões (curvatura espacial positiva), nesse espaço a soma dos ângulos internos dum triângulo é maior que 180 graus; a uma “cela de cavalo” em 3 dimensões (curvatura espacial negativa), na qual a soma dos ângulos internos dum triângulo é menor que 180 graus; ou ser plana, tal que a soma dos ângulos internos dum triângulo é igual a 180 graus.

Essa distinção geométrica dá origem, por meio das equações de campo da teoria da relatividade geral, a uma expansão que eventualmente é revertida e se transforma numa contração num universo com geometria duma esfera em três dimensões, e uma expansão eterna nos casos de um universo plano e universos negativamente curvos.

No que se refere às observações, foi em 1923 que as galáxias foram finalmente reconhecidas como os objectos fundamentais da cosmologia, isto quando o astrónomo norte-americano Edwin Hubble estabeleceu que a nebulosa de Andrómeda, como era então referida, é uma galáxia distinta da nossa. Hubble utilizou a técnica de identificação de estrelas variáveis (designadas por cefeides por terem sido primeiramente observadas na constelação de Cepheus) para a determinação de distâncias. Esta técnica foi fundamental, nomeadamente, para a sua descoberta subsequente, anunciada em 1929, de que o Universo estava em expansão! Hubble usou, para além do método das cefeides, o desvio para o vermelho das linhas espectrais dos elementos que compõem as galáxias, interpretando-o como devido à velocidade de recessão das galáxias, e consequentemente como o efeito sistemático da expansão do Universo.

O modelo do Big Bang é baseado na observação fundamental de Hubble e na hipótese de 1927 de Lemaître segundo a qual o Universo deveria ter uma origem. Porém, os detalhes da hipótese de Lemaître estavam, como veremos, equivocados, pois ele assumiu que o estado original do Universo era frio e que o Universo como hoje o observamos foi criado pelo decaimento radioativo dos elementos primordiais (ver Farrell 2012).

Em 1948, os astrónomos britânicos, Fred Hoyle e independentemente Herman Bondi e Thomas Gold, propuseram o Modelo do Estado Estacionário. A predição da criação contínua de matéria para compensar a expansão do Universo colocou a teoria rapidamente em contradição com a observação relativa ao número de fontes cosmológicas. Como o modelo não tem um Big Bang, não admite a existência de uma radiação fóssil com origem no Universo primitivo, radiação esta que evidencia que o Universo já foi extremamente quente. Assim, quando a radiação cósmica de fundo

(RCF) na região de micro-ondas foi observada pelos norte-americanos Arno Penzias e Robert Wilson em 1965, o Modelo do Estado Estacionário foi definitivamente descartado.

Foi também em 1948, que o físico George Gamow propôs que, no contexto dum modelo evolutivo como o de Friedmann, os elementos químicos poderiam ser sintetizados e pôde assim prever, em colaboração com Ralph Alpher e Robert Hermann, a existência duma radiação cósmica primordial, que deveria ter no presente uma temperatura da ordem de 5 Kelvin ( $-268^{\circ}\text{C}$ ).

Desde então, a cosmologia evolutiva desenvolveu-se consideravelmente e impôs-se como o paradigma que melhor harmoniza os factos observacionais mais salientes. Segundo este modelo, frequentemente referido como modelo do “Big Bang”, o Universo teve origem num único ponto no espaço-tempo onde estava concentrada toda a energia do Universo e que há cerca de 13,8 mil milhões de anos começou a expandir aceleradamente (para uma discussão mais abrangente ver, por exemplo, Bertolami 2006a, Hawking 1988).

A já referida descoberta da RCF por Arno Penzias e Robert Wilson em 1965 e que lhes valeu o Prémio Nobel de Física em 1978, permitiu a sistematização de uma quantidade extraordinária de informação dado que esta radiação corresponde a uma “fotografia” do Universo cerca de 374 mil anos após o Big Bang.

De facto, nos anos 1970, George Smoot e colaboradores descobriram a estrutura dipolar da RCF, estrutura esta que corresponde ao nosso movimento relativamente ao referencial na qual a RCF é homogénea e isotrópica (em cerca de algumas partes em mil). Pouco depois percebeu-se que a RCF deveria conter flutuações de temperatura da ordem de algumas partes por milhão e que estas estariam associadas à formação de estruturas no Universo (galáxias, enxames e super-enxames de galáxias).

No início da década de 1990, o lançamento do satélite COBE (Cosmic Background Explorer) revolucionou o nosso entendimento da RCF e permitiu a detecção das flutuações de densidade primordiais e a determinação com uma impressionante precisão dos parâmetros cosmológicos que descrevem a cinemática da expansão do Cosmos. Estas descobertas valeram o Prémio Nobel de Física a John Mather e George Smoot em 2006. Decorrida uma década, em 2003, desenvolvimentos científicos e tecnológicos permitiram que o satélite WMAP (Wilkinson Anisotropy Probe) pudesse determinar, com uma precisão surpreendente, certas características do Universo e confirmar outras que já haviam sido observadas pelo satélite COBE.

As flutuações de temperatura observadas na RCF têm, presumivelmente, origem nas flutuações de densidade geradas no processo inflacionário, fase de expansão extremamente acelerada que teve lugar fracções de segundo após o Big Bang. Uma expectativa teórica era que estas flutuações dessem origem às observadas da matéria visível, facto que foi verificado em 2005. Deste modo ficam completamente relacionadas as flutuações observadas na RCF e a formação de estruturas no Universo segundo o processo hierárquico: galáxias → enxames de galáxias → super-enxames de galáxias (ver Figura 1).

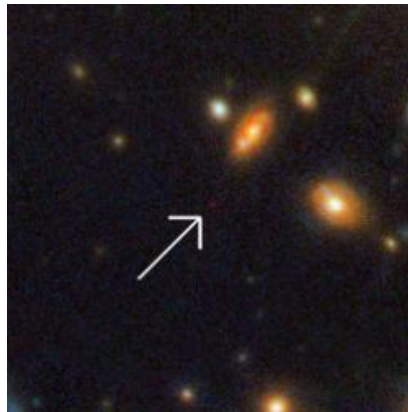


Figura 1. Protogaláxia MACS0647-JD

Imagem do Telescópio Espacial Hubble de Novembro de 2012 da protogaláxia mais antiga jamais detectada. Estimativas indicam que a sua formação teve lugar cerca de 420 milhões de anos após o Big Bang (ver <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2012/36>)

Em 1998, a observação do decréscimo da luminosidade de supernovas do tipo Ia, isto é, de estrelas com massa da ordem da massa solar em fase final e explosiva de suas vidas, mostrou que a expansão do Universo é, na verdade, acelerada! Esta descoberta fundamental, devida a dois grupos de investigação, o *Supernova Cosmology Group* liderado por Saul Perlmutter, e ao *Large Redshift Survey*, liderado por Adam Riess e Brian Schmidt, valeu a estes cientistas o Prémio Nobel de Física de 2011. Relativamente à causa desta aceleração, não há qualquer indicação conclusiva, mas o facto de as supernovas se encontrarem a distâncias e direcções distintas sugere que o Universo é preenchido por uma ténue distribuição de energia que permeia todo o espaço, mas que não se manifesta luminosamente e que, por conseguinte, é designada por energia escura. A hipótese mais simples relativamente à natureza desta energia, é, surpreendentemente, a constante cosmológica introduzida nas equações de campo da relatividade geral em 1917, com um valor adequado para explicar as observações. Esta possibilidade, apesar de atraente, por conta da sua simplicidade, é algo artificial e tem a si associada problemas de natureza teórica (ver, por exemplo, Bertolami 2009). Outras propostas envolvem: um campo escalar, ou seja, uma partícula elementar desconhecida com propriedades algo semelhantes às do bosão de Higgs, descoberto no grande acelerador de protões, o Large Hadron Collider (LHC) do Centro Europeu de Investigação Nuclear (CERN) em Genebra em

2012, usualmente referido por “quinta-essência”; o gás generalizado de Chaplygin (ver Bento, Bertolami & Sen, 2002), que permite a unificação da energia escura com a matéria escura (ver abaixo); etc.

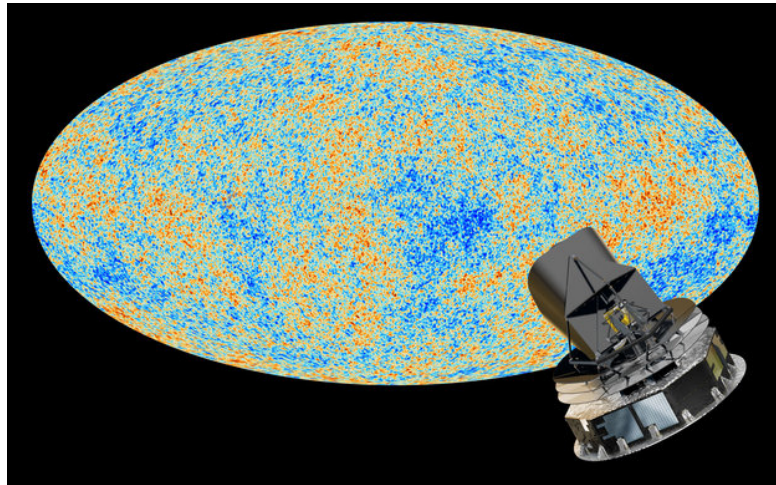


Figura 2. Mapa da Radiação Cósmica de Fundo sendo o satélite PLANCK.

Neste mapa de temperaturas do Universo cerca de 374 mil anos depois do Big Bang, as regiões assinaladas a vermelho são alguns milionésimos de graus mais quentes que as regiões indicadas a azul. Estas diferenças de temperatura são devidas a flutuações de densidade originadas no Universo primitivo durante o processo inflacionário. Estas flutuações de densidade estão na origem da formação das galáxias (ver <http://www.rssd.esa.int/index.php?project=Planck>).

Em 2010 foi lançado o satélite europeu Planck, que, para além de detectar interacção dos enxames de galáxias com a RCF, prevista pelos cientistas soviéticos Rashid Sunayev e Yacob Zeldovich em 1969, permitiu observar a polarização da RCF. A publicação em Abril de 2013 dos primeiros resultados com implicações cosmológicas (ver mapa e os resultados associados relativamente ao conteúdo energético do Universo nas Figuras 2 e 3, respectivamente) revela que a secção espacial do Universo é plana e que a composição do Universo é dominada por componentes escuras de natureza desconhecida: aproximadamente 27% de matéria escura, 68% de energia escura, e só cerca de 5% de matéria usual (Figura 3).

Assim, contrariamente ao que se acreditava até há cerca de duas décadas, o Universo não é predominantemente constituído pelas partículas elementares conhecidas. De facto, as evidências dinâmicas relativas à expansão do Universo, indicam que este é dominado pela energia escura, cuja natureza, como vimos, é desconhecida. Mas este não é o único grande mistério! A observação das maiores estruturas do Universo - galáxias, enxames e super-enxames de galáxias - indica que estas contêm cerca de 10 a 15 vezes mais matéria do que a que é detectada em todos os comprimentos de onda do espectro electromagnético. Por outras palavras, a formação de estruturas no Universo requer a existência de matéria que não se manifesta electromagneticamente, isto é, matéria escura.

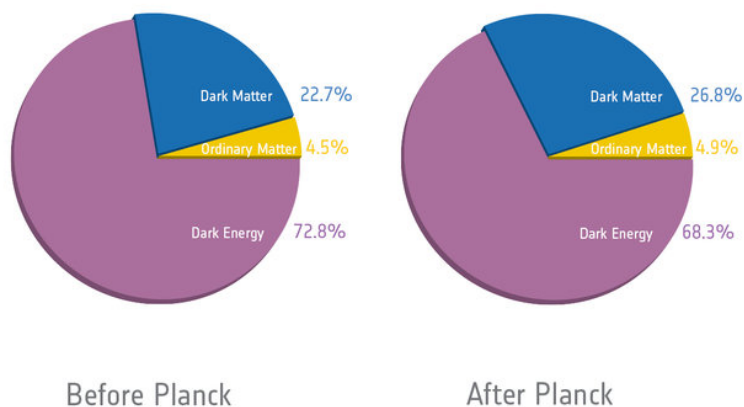


Figura 3. Composição do Universo antes e depois das observações do satélite PLANCK que esteve em operação durante 30 meses até Outubro de 2013 (ver <http://www.rssd.esa.int/index.php?project=Planck>).

Na verdade, no que diz respeito à matéria escura, esta conclusão é corroborada por observações de outra natureza e em escalas distintas. As observações envolvem estudos da rotação de galáxias do tipo espiral e revelam que a matéria “usual” (constituída por prótons, neutrões, electrões, etc) que se manifesta no espectro electromagnético (visível, infravermelho, ultravioleta, raio-X, etc), corresponde a apenas cerca de 10% da massa total inferida pela dinâmica da rotação. Ou seja, nas galáxias espirais há de 10 a 15 vezes mais matéria do que se pode inferir por meio da observação da radiação electromagnética em todos os comprimentos de onda. Há evidências de que o mesmo ocorre em galáxias com morfologia distinta, isto é, galáxias elípticas e irregulares e galáxias anãs.

A escalas de tamanho na ordem das dezenas a centenas de vezes maiores que a de galáxias individuais (dezenas a centenas de milhões de anos-luz), a coesão e a massa dinâmica de enxames e super-enxames de galáxias ligados gravitacionalmente é da ordem de 10 vezes maior que a massa esperada através de observações astronómicas em diferentes regiões do espectro electromagnético.

Uma técnica de observação de grande relevância na determinação da presença de matéria escura é a das lentes gravitacionais que dá origem a imagens duplas, múltiplas, arcos, etc. Segundo a Teoria da Relatividade Geral de Einstein, uma distribuição de material curva o espaço-tempo de modo que a luz não segue trajectórias rectilíneas, mas trajectórias curvas, de modo que a magnitude do desvio relativamente à propagação rectilínea é indicativo da quantidade de matéria presente. Assim, ao observar-se um desvio deste tipo, é possível inferir-se a quantidade de matéria presente independentemente da sua natureza. A utilização deste método tem-se generalizado na observação astrofísica e tem descortinado uma imagem do Universo que é consistente com a que se infere através dos outros métodos descritos: a matéria usual corresponde a cerca de 10% do valor da

quantidade de matéria obtida por métodos dinâmicos.

A recente observação do enxame 1E 0657-56, mais conhecido pela alcunha de “enxame bala”, usando a técnica das lentes gravitacionais e a banda X do espectro electromagnético (sensível à matéria usual), indica que a dinâmica observada só é compatível com a presença de uma quantidade substancial de matéria escura (Markevitch 2005). Numericamente, verifica-se que massa total do enxame deve ser a 10 vezes superior que a da massa inferida pelas observações em raios X (Figura 4).



Figura 4. Imagem reconstruída do “enxame bala”. As regiões de cor azul indicam grandes concentrações de matéria escura, devido à distorção da luz das fontes posteriores, e estão a afastar-se umas das outras a uma velocidade de cerca de 1400 km/s. A região central de cor vermelha indica a presença de matéria normal, aquando da colisão, deu origem à intensa emissão de radiação X. As estimativas indicam que há cerca de mais de 10 vezes mais matéria escura do que a matéria que se manifesta através do espectro electromagnético (ver [http://www.nasa.gov/vision/universe/starsgalaxies/dark\\_matter\\_proven.html](http://www.nasa.gov/vision/universe/starsgalaxies/dark_matter_proven.html)).

Assim, parece não haver dúvidas que a matéria escura é a forma predominante de matéria não relativista no Universo.

Naturalmente, uma questão central, ainda por desvendar, é saber qual a verdadeira natureza desta matéria e como esta pode ser detectada. Várias hipóteses têm sido sugeridas assumindo que esta matéria é a manifestação macroscópica duma substância constituída por partículas elementares ainda por se descobrir. Os candidatos mais discutidos incluem partículas elementares ainda por detectar que, presumivelmente, correspondem a estados de teorias mais gerais que o Modelo Padrão das interacções fundamentais da Natureza, tais como os axiões, um conjunto especial de partículas supersimétricas neutras designadas por neutralinos, partículas “adamastor” (ver Bento, Bertolami & Rosenfeld 2001), entre outras. Espera-se que vestígios destas partículas possam ser detectados no

LHC, ou em outros detectores passivos localizados em minas profundas (tal precaução é necessária para blindar o efeito de falsas detecções causadas pela interação com as partículas dos raios cósmicos).

Outra questão de particular relevância é determinar se a necessidade de postular a existência de matéria escura e energia escura é, na verdade, o reflexo da inadequação da Teoria da Relatividade Geral para escalas para além das galácticas. Até onde podemos escrutinar, nenhum modelo alternativo à Relatividade Geral foi capaz de rivalizar o poder explicativo e preditivo desta teoria (ver Bertolami & Páramos 2014), porém esta é uma área particularmente activa de investigação (ver Bertolami & Páramos 2013).

Em síntese podemos afirmar que o modelo do Big-Bang é, entre os muitos cenários possíveis sobre a origem e evolução do Universo, aquele que descreve mais consistentemente o Universo observável. O edifício teórico do modelo do Big Bang, ou do modelo cosmológico padrão (MCP), como também é referido, assenta no estudo detalhado de quatro “fósseis” do Universo primitivo (ver Bertolami 2011): o desvio para o vermelho do espectro de fontes afastadas (sinal inequívoco da expansão do espaço-tempo); a existência e as propriedades da RCF na região de micro-ondas do espectro electromagnético; a abundância primordial de elementos leves,  $^4\text{He}$  (cerca de 23%),  $^3\text{He}$  ( $10^{-3}\%$ )<sup>1</sup>, Deutério ( $10^{-3}\%$ ) e  $^7\text{Li}$  ( $10^{-8}\%$ ) sintetizados nos primeiros minutos após o Big-Bang a partir do hidrogénio (protões) primordial, o qual termina como o elemento mais abundante no Universo com 76% da massa total da matéria convencional observada (ver, por exemplo, Weinberg 1987).

A consistência do MCP exige que, supostamente  $10^{-35}$  segundos após o Big Bang, o Universo tenha passado por um período de expansão extremamente acelerada denominada inflação, (ver, por exemplo, Guth 1999), presumivelmente, logo antes da diferenciação das interações fundamentais da Natureza (nuclear forte, electromagnética e nuclear fraca) e que até então eram descritas por uma única interação. Acredita-se que a criação da assimetria entre matéria e antimatéria teve lugar nesta fase. A diferenciação das interações básicas da natureza está associada a questões de grande relevância tais como das transições de fase cosmológicas (semelhantes às relativas às mudanças do estado termodinâmico da matéria usual) relacionadas com a associação dos quarks para dar origem aos protões e neutrões. A existência da assimetria entre matéria e antimatéria e a associação dos quarks em partículas elementares mais estáveis são vitais para viabilizar a nossa existência. As transições de fase cosmológicas também dão origem ao aparecimento de defeitos topológicos (monopolos magnéticos, cordas cósmicas, paredes cósmicas e texturas), alguns dos quais podem deixar um ténue traço na RCF.

---

<sup>1</sup>  $10^{-3}=0.001$ , etc.



Um aspecto final a referir é que, dado serem previstas pelo MCP altíssimas temperaturas e densidade de partículas nos primeiros instantes da história do Universo, o modelo do Big Bang é a arena privilegiada para a discussão das ideias mais avançadas sobre a unificação das interações fundamentais da Natureza que conciliam a teoria da Relatividade Geral de Einstein com a Mecânica Quântica, a teoria que descreve os fenómenos a escalas microscópicas. De facto, desde 1970 tem havido uma explosão da investigação teórica que relaciona a cosmologia com a física de altas energias que pode ser examinada através dos aceleradores de partículas, de modo que podemos afirmar que o MCP agrega praticamente todas as teorias físicas conhecidas (Relatividade Geral, física estatística, física nuclear e de partículas, termodinâmica, etc)<sup>2</sup>. Assim, no contexto do modelo do Big Bang é possível estudar-se várias ideias relativas à física das condições mais extremas, como por exemplo, as teorias de unificação das interações fundamentais da Natureza, teorias nas quais o espaço-tempo tem mais que 4 dimensões, ou os modelos onde os constituintes fundamentais são objetos unidimensionais ou bidimensionais, em oposição a partículas elementares pontuais, como na teoria das cordas e membranas quânticas, etc (ver, por exemplo, Bertolami 2010b). Sob este ponto de vista, o MCP é uma ferramenta de análise indispensável para o estudo de teorias de vanguarda da física e o desenvolvimento destas traduz-se num crescente grau de exigência e sofisticação na compreensão das implicações do modelo do Big Bang, tanto a nível teórico como observacional<sup>3</sup>. Naturalmente, no contexto de teorias que estendem a Relatividade Geral, surgem ideias e modelos que transcendem o modelo do Big Bang e nos quais faz sentido pensar-se numa infinidade de universos, o multiverso (ver, por exemplo, Bertolami 2010c). Nestas teorias é possível articular-se questões que não fazem sentido no contexto do MCP, como, por exemplo, o que precedeu o Big Bang, se os universos no multiverso interagem entre si (ver, por exemplo, Bertolami 2008; Alonso-Serrano *et al.*, 2013; Bertolami & Herdeiro 2013), ou se o Big Bang teve origem na colisão de membranas de 4 dimensões imersas num espaço de 5 dimensões, entre outras propostas possíveis. Assim, não dúvida que a ideia de que o nosso Universo teve origem num passado remoto suscita questões que são um desafio contínuo à física contemporânea e abrem as portas à física do futuro.

---

<sup>2</sup> Para um historial da investigação desta área em Portugal, ver Bertolami 2006b.

<sup>3</sup> Notar que muita desta investigação tem lugar no espaço (ver, por exemplo, Bertolami 2006c).

## Referências

- Bertolami, O. 2006a, “O Livro das Escolhas Cósmicas” (Editora Gradiva 2006).
- Bertolami, O. 2010a, “Cosmological thinking: cultural heritage and challenge”, (<http://arXiv.org/abs/arXiv:1001.4196>).
- Bertolami, O. & Páramos, J. 2005, “Einstein e a Descrição Unificada da Natureza”, *Gazeta de Física* ([http://nautilus.fis.uc.pt/gazeta/revistas/28\\_3/artigo1.pdf](http://nautilus.fis.uc.pt/gazeta/revistas/28_3/artigo1.pdf)).
- Hawking, S.W. 1988, “Uma Breve História do Tempo: do Big Bang aos Buracos Negros” (Gradiva 1988).
- Farrell, J. 2012, “The Day Without Yesterday: Lemaître, Einstein and the Birth of Modern Cosmology” (Farrellmedia Inc. 2012).
- Bertolami, O. 2011, “Digging down the past”, *Journal of Iberian Archaeology*, vol. 14 (2011) (<http://arXiv.org/abs/arXiv:1110.4528>).
- Bento, M.C., Bertolami, O. & Sen, A.A. 2002, “Generalized Chaplygin gas, accelerated expansion and dark energy matter unification”, *Phys. Rev. D* 66, 043507 (2002) (<http://arXiv.org/pdf/gr-qc/0202064.pdf>).
- Bento, M. C., Bertolami, O. & Rosenfeld, R. 2001, “Cosmological constraints on an invisibly decaying Higgs boson”, *Phys.Lett. B* 518, 276-281 (2001) (<http://arXiv.org/pdf/hep-ph/0103340.pdf>).
- Bertolami, O. & Páramos, J. 2013, “Minimal extension of General Relativity: alternative gravity model with non-minimal coupling between matter and curvature” (<http://arXiv.org/pdf/1309.0292.pdf>).
- Bertolami, O. & Páramos, J. 2014, “The experimental status of Special and General Relativity” in *Springer Handbook of Spacetime*, eds. A. Ashtekar and V. Petkov (Springer-Verlag 2014) (<http://arXiv.org/pdf/1212.2177.pdf>).
- Markevitch, M. 2005, “Chandra observation of the most interesting cluster in the Universe” (<http://arxiv.org/abs/astro-ph/0511345>).
- Weinberg, S. 1987, “Os três primeiros minutos do universo” (Editora Gradiva 1987).
- Guth, A. 1998, “The Inflationary Universe: The quest for a new theory of cosmic origins” (Perseus Books 1998).
- Bertolami, O. 2010b, “The Spirit of Unification: The Wei of Physics”, *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática* (2010) (<http://arxiv.org/pdf/1005.2918v3.pdf>).
- Bertolami, O. 2006b, “Cosmology in Portugal: The First 20 years” (<http://arxiv.org/pdf/physics/0612066v3.pdf>).

- Bertolami, O. 2006c, “Perspectives in fundamental physics in space”, *Acta Astronautica* 59, 490-498 (2006) (<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576506001718>).
- Bertolami, O. 2010c, “Princípios Antrópicos e o Multiverso”, (<http://web.ist.utl.pt/orfeu.bertolami/Multiverso.pdf>).
- Bertolami, O. 2008, “A Curvature Principle for the interaction between universes”, *Gen. Rel. Grav.* 40, 1891-1898 (2008) (<http://arXiv.org/pdf/0705.2325.pdf>).
- A. Lonso-Serrano, C. Bastos, O. Bertolami, S. Roblez-Perez, “Interacting universes and the cosmological constant”, *Phys. Lett. B* 719, 200-205 (2013) (<http://arXiv.org/pdf/1207.6852.pdf>).
- Bertolami, O. & Herdeiro, V. 2013, “Nonlinearities in the Quantum Multiverse”, *Int. J. Mod. Phys. D* 22, 1350068 (2013), (<http://arXiv.org/pdf/1208.0236.pdf>).