PROGRAMAÇÃO DE ENSAIOS

✸ ASSOCIADO AO ESTUDO DE UM DETERMINADO SISTEMA, EXISTEM AS **VARIÁVEIS** QUE PODEM SER MANIPULADAS, **INDEPENDENTES** ENTRE SI, E UMA OU MAIS **VARIÁVEIS DE RESPOSTA** QUE SE PRETENDE (M) ESTUDAR.

✸ A PAR DESTAS VARIÁVEIS EXISTEM OUTRAS, DITAS **VARIÁVEIS DE RUÍDO**, QUE VARIAM DE UMA FORMA NÃO CONTROLADA.

✸ DEVIDO AO CARÁCTER ALEATÓRIO DAS VARIÁVEIS DE RUÍDO (ACIDENTAIS), A (S) VARIÁVEL (VEIS) DE RESPOSTA É (SÃO) TAMBÉM **ALEATÓRIA** (S).

✸ $\Rightarrow$ É NECESSÁRIO USAR **TÉCNICAS ESTATÍSTICAS** NO ESTUDO DA RELAÇÃO ENTRE A (S) VARIÁVEL (VEIS) DEPENDENTE (S) E AS VARIÁVEIS INDEPENDENTES.

✸ NORMALMENTE O **EXPERIMENTALISTA NÃO PODE CONTROLAR TODAS AS VARIÁVEIS** QUE INFLUENCIAM A (S) VARIÁVEL (VEIS) DE RESPOSTA.

✸ DEPOIS DE SELECCIONADAS AS VARIÁVEIS INDEPENDENTES, DEVE DETERMINAR-SE, EM FACE OU NÃO DE QUALQUER EXPERIÊNCIA, O **NÚMERO DE ENSAIOS** E A **SEQUÊNCIA DOS MESMOS**, TENDO EM ATENÇÃO UM DETERMINADO ERRO FINAL, E **SELECCIONAR O EQUIPAMENTO** QUE NOS PERMITA ATINGIR O FIM EM VISTA.

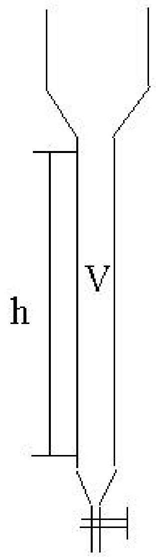
✸ NESTE CASO, NORMALMENTE, OS ERROS ALEATÓRIOS ASSOCIADOS À(S) VARIÁVEL (VEIS) DE RESPOSTA NÃO SÃO INDEPENDENTES, E AS TÉCNICAS ESTATÍSTICAS HABITUAIS NÃO PODEM SER APLICADAS. TEMOS QUE USAR A **ALEATORIZAÇÃO OU FACTORIZAÇÃO**.

SELECÇÃO DE EQUIPAMENTO

UM EXEMPLO MUITO SIMPLES QUE NOS PERMITE VERIFICAR COMO O USO DE VÁRIOS INSTRUMENTOS OU MÉTODOS DE MEDIDA INFLUENCIAM O ERRO DO RESULTADO FINAL.

✸ PRETENDE-SE DETERMINAR A SECÇÃO RECTA DE UMA COLUNA DE LIXIVIAÇÃO LABORATORIAL COM UM ERRO INFERIOR A 0,1 %.

$$e_S \leq 0{,}1\,\%$$



UM MÉTODO DE DETERMINAR S

- MARCAR UM RISCO NA COLUNA (ATÉ ONDE CHEGA A ÁGUA).
- INTRODUZIR UM DETERMINADO VOLUME V.
- MEDIR A ALTURA h DE ELEVAÇÃO DA ÁGUA NA COLUNA

$$S = \frac{V}{h}$$

A OLHO PODE TER-SE UMA IDEIA DE QUE O DIÂMETRO DA COLUNA É DA ORDEM DE $\phi \cong 1{,}6$ cm $\Rightarrow$ $S \cong 2$ cm^2.

PORTANTO A OLHO $\left| \begin{array}{l} S \cong 2\ \text{cm}^2 \\ V \cong 100\ \text{cm}^3 \\ h \cong 50\ \text{cm} \end{array} \right.$

QUE INSTRUMENTO DE MEDIDA VAMOS UTILIZAR PARA MEDIR **V** E **h**?

COMO $S = \dfrac{V}{h} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_S = \varepsilon_V + \varepsilon_h$

PELO PRINCÍPIO DOS **EFEITOS IDÊNTICOS**:

$$\varepsilon_V = \varepsilon_h \leq 0{,}05\ \%$$

1ª HIPÓTESE: RÉGUA + PROVETA

RÉGUA: $\Delta R = O{,}5\ mm \Rightarrow \Delta h = 2 \times 0{,}05\ cm \Rightarrow \varepsilon_h = {}^{0{,}1}\!/_{50} = 0{,}2\ \%$

$\downarrow$

(TEMOS DE ACERTAR EM DOIS TRAÇOS)

PROVETA: $\Delta P = O{,}5\ cm^3 \Rightarrow \Delta V = O{,}5\ cm^3 \Rightarrow \varepsilon_V = {}^{0{,}5}\!/_{100} = 0{,}5\ \%$

$$\varepsilon_S = 0{,}2 + 0{,}5 = 0{,}7\ \% \quad > \quad 0{,}1\ \%$$

TEMOS QUE MELHORAR AS DUAS MEDIÇÕES

2ª HIPÓTESE: RÉGUA + BALÃO GRADUADO

RÉGUA: ΔR = O,5 mm $\Rightarrow$ $\Delta h = 2 \times 0{,}05$ cm $\Rightarrow$ $\varepsilon_h = {}^{0,1}\!/_{50} = 0{,}2\ \%$

BALÃO GRADUADO: ΔB = O,2 cm^3 $\Rightarrow$ ΔV = O,2 cm^3 $\Rightarrow$

$$\varepsilon_V = {}^{0,2}\!/_{100} = 0{,}2\ \%$$

$$\varepsilon_S = 0{,}2 + 0{,}2 = 0{,}4\ \%$$

É NECESSÁRIO UTILIZAR OUTROS MEIOS DE MEDIÇÃO, TANTO PARA O VOLUME COMO PARA A ALTURA

3ª HIPÓTESE: CATETÓMETRO + BALANÇA

CATETÓMETRO: $\Delta CAT = 0{,}02$ mm $\Rightarrow$ $\Delta h = 0{,}002$ cm $\Rightarrow$

$$\varepsilon_h = {}^{0.002}\!/_{50} = 0{,}004\ \%$$

(AGORA NÃO SE MULTIPLICA O ERRO DO CATETÓMETRO POR 2,
PARA SE OBTER O ERRO NA ALTURA,
UMA VEZ QUE COM O CATETÓMETRO MEDIMOS DIFERENÇAS DE ALTURAS)

BALANÇA: VAMOS MEDIR O VOLUME ATRAVÉS DA MEDIÇÃO DA MASSA.

$$V = \frac{M}{\rho_{H_2O}} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = {}^{1}\!/_{\rho_{H_2O}}\ \Delta M$$

$$\Delta B = 0{,}00005\ \text{g} \qquad \Delta M = 2 \times 0{,}00005 = 0{,}0001\ \text{g}$$

$$\Delta V = \frac{0{,}0001}{0{,}99823} \cong 0{,}0001\ \text{cm}^3 \quad \Rightarrow \varepsilon_V = \frac{0{,}0001}{100} = 0{,}0001\ \%$$

$$\varepsilon_S = 0{,}004 + 0{,}0001 = 0.0041\ \% \quad <<< \quad 0{,}1\ \%$$

NÃO É NECESSÁRIO TANTO RIGOR

4ª HIPÓTESE: RÉGUA COM NÓNIO + BALANÇA

4ª A <u>RÉGUA COM NÓNIO DE 1/20 mm</u>: $\Delta RN = O{,}025$ mm $\Rightarrow$

$\Delta h = 2 \times 0{,}0025$ cm $\Rightarrow$ $\varepsilon_h = {}^{0.005}\!/_{50} = 0{,}01\,\%$

$\varepsilon_S = 0{,}01 + 0{,}0001 = 0{,}0101 \cong 0{,}01\,\% \ll 0{,}1\,\%$

4ª B <u>RÉGUA COM NÓNIO DE 1/10 mm</u>: $\Delta RN = O{,}05$ mm $\Rightarrow$

$\Delta h = 2 \times 0{,}005$ cm $\Rightarrow \varepsilon_h = {}^{0{,}01}\!/_{50} = 0{,}02\,\%$

$\varepsilon_S = 0{,}02 + 0.0001 \cong 0{,}02\,\%$

PODEMOS **LEVAR O RIGOR** ONDE QUISERMOS,
SE DISPUSERMOS DE **MATERIAL ADEQUADO**

PROGRAMAÇÃO DE ENSAIOS ATENDENDO À ESTATÍSTICA

I - SEM APOIO EM ENSAIOS PRÉVIOS

NESTE CASO PODEMOS DIZER QUE, **NO MÁXIMO**, OS DESVIOS SÃO TODOS DE ± **1/2 DA MENOR DIVISÃO DA ESCALA**

EXEMPLO: PRETENDE-SE MEDIR UM COMPRIMENTO DE ≅ 20 cm COM UMA RÉGUA GRADUADA EM mm. (O APARELHO DE MEDIDA TINHA SIDO INICIALMENTE SELECCIONADO)

$\Delta L = \pm\ 0{,}5$ mm

$$s^2_{max} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1,n} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{n\ 0{,}5^2}{n-1} = 0{,}25\,\frac{n}{n-1}$$

PODEMOS CONSTRUIR A TABELA:

n	t (n-1)	s^2	s	t s	$t\,s/\sqrt{n}$	ε (%)
3	4,303	0,375	0,612	2,63	1,52	7,60
5	2,776	0,313	0,559	1,55	0.69	3,45
7	2,447	0,292	0,540	1.32	0,50	2,50
9	2,306	0,281	0,530	1.22	0,41	2.05
41	2,021	0,256	0,506	1,02	0,16	0,80
61	2,000	0,254	0,504	1,01	0,13	0,65

NÃO TEMOS MAIS QUE COMPARAR OS VALORES DA TABELA COM O ERRO POR NÓS PRETENDIDO E DECIDIR DO NÚMERO DE ENSAIOS A EXECUTAR.

VERIFICAR QUE

① COM n=7 ENCONTRAMOS UM ERRO ABSOLUTO DA ORDEM DO ERRO DO INSTRUMENTO DE MEDIDA

② QUANDO AUMENTAMOS O NÚMERO DE ENSAIOS DE 41 $\rightarrow$ 61 APENAS AUMENTAMOS O RIGOR DE 0,16 PARA 0,13 (ERRO ABSOLUTO) OU 0,80 $\rightarrow$ 0.65 (ERRO RELATIVO).

③ A INFLUÊNCIA É MUITO MAIOR PARA VALORES BAIXOS DO NÚMERO DE ENSAIOS, PORQUE É AQUI QUE EXISTE UMA GRANDE VARIAÇÃO DO FACTOR DE STUDENT E DA RAZÃO n / (n-1).

II - COM APOIO EM ENSAIOS PRÉVIOS

PARTINDO DO CONHECIMENTO DO DESVIO STANDARD (PADRÃO) DE **m** EXPERIÊNCIAS:

$$s^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1,m} (x_i - \bar{x})^2 \qquad \Rightarrow \qquad \mu = \bar{x} \pm \frac{t\,s}{\sqrt{m}}$$

O QUE NOS PERMITE DETERMINAR O ERRO RELATIVO:

$$\varepsilon = \frac{t\,s}{\sqrt{m}} \; \frac{1}{\bar{x}}$$

SE ESTE ERRO É SUPERIOR AO ERRO PRETENDIDO É NECESSÁRIO EFECTUAR UM NÚMERO DE EXPERIÊNCIAS MAIOR.

ADMITINDO QUE $\sum (x_i - \bar{x})^2$ É PROPORCIONAL AO NÚMERO DE EXPERIÊNCIAS:

Nº EXP = m $\Rightarrow$ $\sum (x_i - \bar{x})^2 = A$

Nº EXP = k $\Rightarrow$ $\sum (x_i - \bar{x})^2 = (k/m)\,A$

E VIRÁ, PORTANTO:

$$s_k^2 = \frac{1}{k-1} (m-1) \frac{k}{m} s_m^2$$

Exemplo:

No laboratório obtiveram-se os seguintes valores de viscosidade de um líquido, à temperatura de 25 ºC:

μ (cp)
35
36
35
34
36

$\Rightarrow \bar{\mu} = 35{,}2$ cp

determinar o número de medições da viscosidade de modo a que o erro seja inferior a 2 %.

R: 8 determinações.

PROGRAMAÇÃO DE ENSAIOS EM MEDIDAS INDIRECTAS

✪ SUPONHAMOS QUE PRETENDEMOS DETERMINAR O VALOR MAIS PROVÁVEL DE UMA GRANDEZA MEDIDA INDIRECTAMENTE **COM UM DETERMINADO ERRO**.

✪ PRETENDE-SE SABER QUAIS OS VALORES **DOS ERROS MÁXIMOS** PERMITIDOS NA MEDIÇÃO DIRECTA DAS **GRANDEZAS INDEPENDENTES**.

✪ **NÃO HÁ UMA ÚNICA RESPOSTA PARA ESTA QUESTÃO**.

✪ **ADMITE-SE** QUE OS ERROS DE CADA MEDIÇÃO DIRECTA **CONTRIBUEM IGUALMENTE** PARA O ERRO DA VARIÁVEL DEPENDENTE:

$$\Delta Q = n \left|\frac{\partial f}{\partial q_1}\right| \Delta q_1 = n \left|\frac{\partial f}{\partial q_2}\right| \Delta q_2 = \ldots = n \left|\frac{\partial f}{\partial q_n}\right| \Delta q_n$$

OU

$$\frac{\Delta Q}{Q} = n \left|\alpha_1\right| \frac{\Delta q_1}{q_1} = n \left|\alpha_2\right| \frac{\Delta q_2}{q_2} = \ldots = n \left|\alpha_n\right| \frac{\Delta q_n}{q_n}$$

É O **PRINCÍPIO DOS EFEITOS IDÊNTICOS**

Excepções:

- ✪ SEMPRE QUE UMA GRANDEZA É **MAIS DIFÍCIL DE OBTER** COM PRECISÃO, DEVE DESVIAR-SE ESTE PRINCÍPIO DE MODO QUE **A CONTRIBUIÇÃO DAS OUTRAS SEJA MUITO MENOR QUE A DESSA GRANDEZA**.

✪ HÁ IGUALMENTE GRANDEZAS QUE PODEM SER MEDIDAS COM UMA **GRANDE PRECISÃO**. MAS, CONTRIBUINDO ESSAS GRANDEZAS PARA A DETERMINAÇÃO DE UMA JUNTAMENTE COM OUTRAS QUE NÃO PODEM SER MEDIDAS SENÃO COM UMA PRECISÃO MUITO MENOR, NÃO É NECESSÁRIO MEDIR A PRIMEIRA COM A PRECISÃO QUE PODE DAR, **DESLOCANDO-SE, NO ENTANTO, O PRINCÍPIO DOS EFEITOS IDÊNTICOS**.