DIMENSIONAMENTO E OPTIMIZAÇÃO DE EQUIPAMENTO

ACETATOS DAS AULAS

PARTE 1 - ESTATÍSTICA

M. Gabriela Bernardo Gil

1995/1996

DIMENSIONAMENTO E OPTIMIZAÇÃO DE EQUIPAMENTO

OBJECTIVOS

1. OPTIMIZAÇÃO TECNICO ECONÓMICA DAS CONDIÇÕES OPERATÓRIAS PARA UMA OPERAÇÃO UNITÁRIA.

2. DIMENSIONAMENTO DO EQUIPAMENTO FUNDAMENTAL E ACESSÓRIO PARA AS CONDIÇÕES ÓPTIMAS DESSA OPERAÇÃO UNITÁRIA.

PARA ATINGIR ESTES OBJECTIVOS FAR-SE-À:

1. ESTUDO PORMENORIZADO DA OPERAÇÃO UNITÁRIA.

2. DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS TECNOLÓGICOS QUE INFLUENCIAM A OPTIMIZAÇÃO. DECISÃO DO CRITÉRIO DE OPTIMIZAÇÃO A UTILIZAR.

3. SELECÇÃO DO PROCESSO COM BASE EM:
   - PESQUISA BIBLIOGRÁFICA
   - ENSAIOS LABORATORIAIS
   - VALORES EXPECTÁVEIS

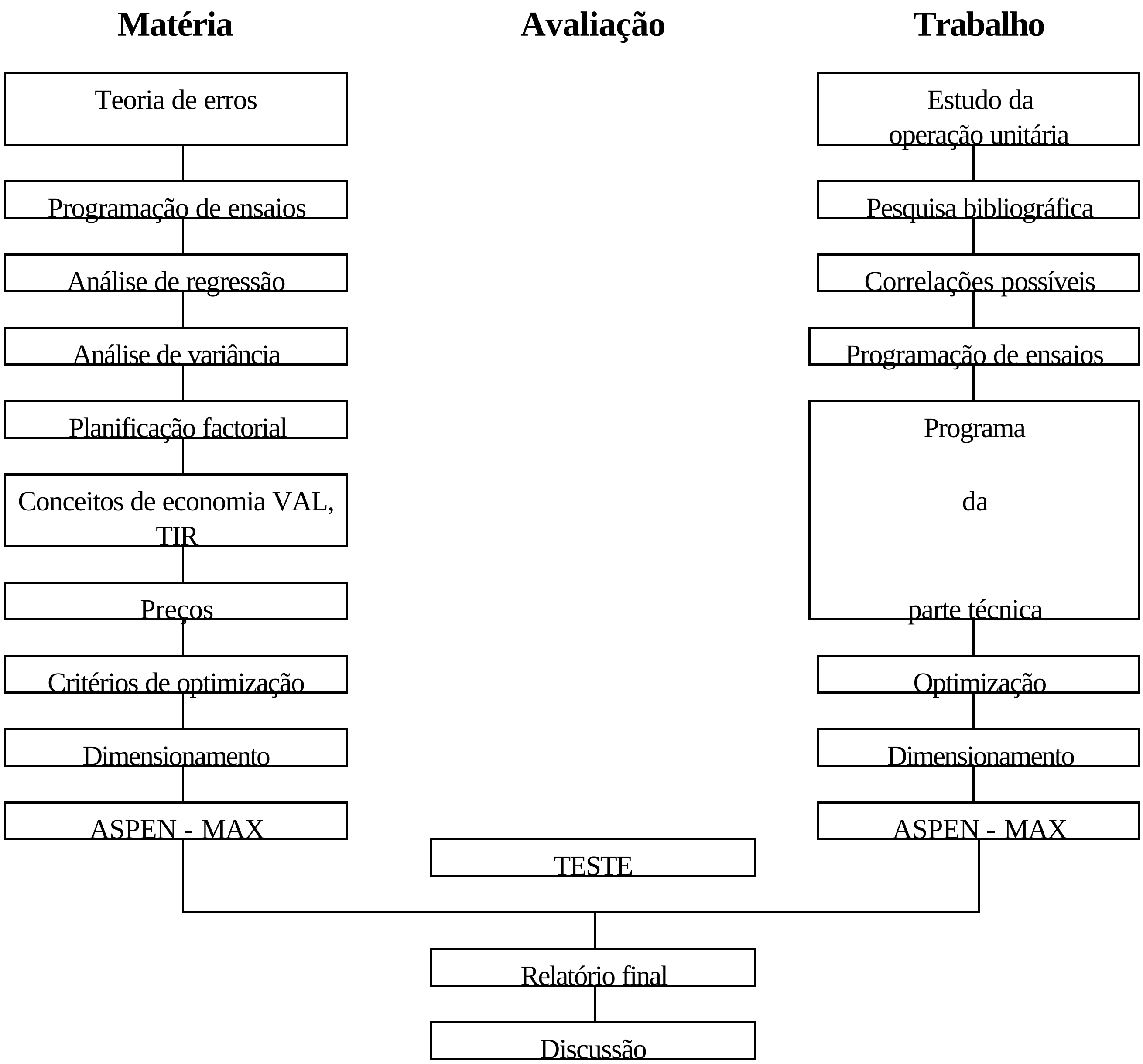
4. PROGRAMAÇÃO DE ENSAIOS LABORATORIAIS

5. SELECÇÃO DO EQUIPAMENTO.

6. ELABORAÇÃO DE UM PROGRAMA QUE PERMITA REALIZAR A OPTIMIZAÇÃO TECNICO-ECONÓMICA.

7. DIMENSIONAMENTO PORMENORIZADO DO EQUIPAMENTO ESSENCIAL E DE ALGUM ACESSÓRIO PARA AS CONDIÇÕES ÓPTIMAS DETERMINADAS ANTERIORMENTE.

8. DETERMINAÇÃO DE UM PREÇO UNITÁRIO.


Matéria
Avaliação
Trabalho
Teoria de erros
Programação de ensaios
Análise de regressão
Análise de variância
Planificação factorial
Conceitos de economia VAL, TIR
Preços
Critérios de optimização
Dimensionamento
ASPEN - MAX
Estudo da operação unitária
Pesquisa bibliográfica
Correlações possíveis
Programação de ensaios
Programa da parte técnica
Optimização
Dimensionamento
ASPEN - MAX
TESTE
Relatório final
Discussão

TEORIA DE ERROS

CONTEXTO

REALIZAÇÃO EXPERIMENTAL $\Rightarrow$ DETERMINADO ERRO

$\Downarrow$

- SIGNIFICADO FACE AO ERRO ADMITIDO
- EXISTE SEMPRE

EM ENGENHARIA

- ERROS ELEVADOS, POR VEZES:
  a) DIFICULDADES $\Rightarrow$CUSTO ELEVADO
  b) MÉTODOS DE CÁLCULO NÃO APERFEIÇOADOS
  c) SIMPLIFICAÇÕES NECESSÁRIAS
  d) DADOS ECONÓMICOS $\Rightarrow$GRANDE ERRO

PROGRAMAÇÃO DE ENSAIOS

- MINIMIZAÇÃO DOS ERROS SISTEMÁTICOS

- MINIMIZAÇÃO DOS ERROS ALEATÓRIOS

DETERMINAR O NÚMERO DE ENSAIOS DE MODO A ATINGIR O FIM EM VISTA

INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

MEDIÇÃO DE GRANDEZAS

ESTIMA - SE O VALOR DA GRANDEZA $\begin{cases} \text{MEDIÇÕES DIRECTAS} \\ \text{MEDIÇÕES INDIRECTAS} \end{cases}$

MEDIÇÕES DIRECTAS

INTERPRETAR OS RESULTADOS, ANALISANDO:

- CONSISTÊNCIA INTERNA
- REJEIÇÃO DE VALORES
- INTERVALOS DE CONFIANÇA

MEDIÇÕES INDIRECTAS

$$M = f(M_1, M_2, \ldots, M_n)$$

- ERROS INERENTES A CADA GRANDEZA INDEPENDENTE
- PROPAGAÇÃO DE ERROS

DEFINIÇÃO DE ERRO

$$\text{ERRO} = E = M - V$$

M - VALOR MEDIDO

V - VERDADEIRO VALOR DA GRANDEZA

ERRO ABSOLUTO

$$E = |M - V|$$

ERRO RELATIVO

$$e = \frac{E}{V}$$

V ? $\Rightarrow$ NÃO É POSSÍVEL CONHECER.
SÓ COM ∞ DETERMINAÇÕES.

ESTIMA-SE V $\Rightarrow$ $\overline{M}$

DESVIO ABSOLUTO

$$D = |M - \overline{M}|$$

DESVIO RELATIVO

$$d = \frac{D}{\overline{M}}$$

ERRO ?   DESVIO ? ⇒ GRAU DE CONFIANÇA NA MEDIÇÃO

SE NÃO SE CONHECEM
⇓

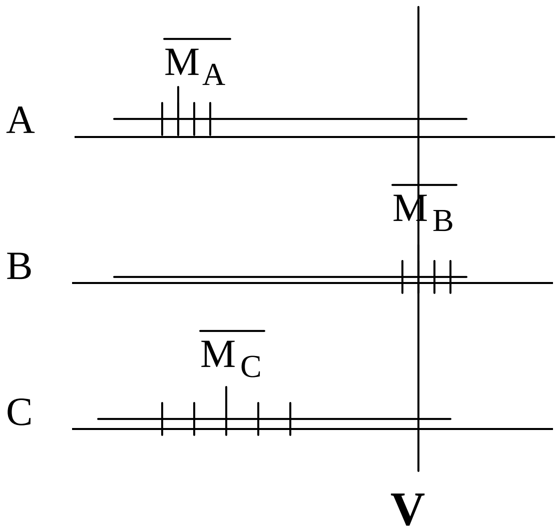
- DECISÕES ERRADAS
- PERDA DE TEMPO
- PERDA DE DINHEIRO

NÍVEL DE ERRO Þ OBTENÇÃO DA PRECISÃO NECESSÁRIA COM O MÍNIMO DE TEMPO E DE DINHEIRO.

EXACTIDÃO Þ PROXIMIDADE DO VALOR DA MEDIÇÃO AO VERDADEIRO VALOR DA GRANDEZA.

PRECISÃO Þ EXPRIME A **REPRODUTIBILIDADE** DOS RESULTADOS.

PRECISÃO NÃO IMPLICA EXACTIDÃO!!!!



PRECISO MAS NÃO EXACTO

PRECISO E EXACTO

NÃO PRECISO E NÃO EXACTO

TIPOS DE ERROS

SISTEMÁTICOS *–SÃO DETERMINÁVEIS E CORRIGÍVEIS* *– PODEM SER EVITADOS*	- **INSTRUMENTAIS:** *DESCALIBRAÇÃO* ; *MATERIAL VOLUMÉTRICO* - **DE REAGENTES :** *IMPUREZAS* - **DE OPERAÇÃO :** *INEXPERIÊNCIA* - **PESSOAIS :** *DALTONIA* ; *MIOPIA*; *ESCOLHA DE RESULTADOS FORÇADOS* - **MÉTODO:** *SENSIBILIDADE DE APROXIMAÇÕES* ; *REACÇÕES INCOMPLETAS* ; *REACÇÕES INDUZIDAS – PARALELAS* ; *DECOMPOSIÇÃO* ; *VOLATILIDADE*
ALEATÓREOS *– NÃO PODEM SER CORRIGIDOS* *– NÃO PODEM SER EVITADOS* *– PODEM SER* **MINIMIZADOS**	- **REVELADOS POR PEQUENAS DIFERENÇAS** - **APLICAM - SE A MEDIÇÕES EFECTUADAS PELO MESMO OPERADOR E COM A MESMA APARELHAGEM**

PRECISÃO Þ ERROS ALEATÓRIOS

EXACTIDÃO Þ ERROS SISTEMÁTICOS

VALOR MÉDIO

$$\bar{X} = \frac{\sum_1^N X_i}{N}$$

SE N ® ¥ Þ $\bar{X}$ ® V

DESVIO MÉDIO

$$\bar{d} = \frac{\sum_1^N \left| X_i - \bar{X} \right|}{N}$$

DESVIO QUADRÁTICO MÉDIO

ou

DESVIO PADRÃO DA AMOSTRA

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2}{N - 1}}$$

N-1 Þ Nº DE GRAUS DE LIBERDADE

VARIÂNCIA $\Rightarrow$ s^2

COEFICIENTE DE VARIÂNCIA

$$\frac{s}{\bar{X}}$$

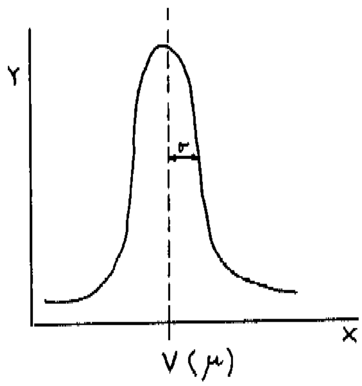
- MUITO ÚTIL PARA COMPARAR VÁRIOS CONJUNTOS DE DADOS SEMELHANTES, MAS COM VALORES MÉDIOS DIFERENTES

CONJUNTO FUNDAMENTAL

N = ¥

SE SÓ HOUVER ERROS ALEATÓRIOS

- OS VALORES MÉDIOS DISTRIBUEM-SE DE ACORDO COM A LEI NORMAL DE GAUSS:



$$Y = \frac{1}{s\sqrt{2p}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{X - m}{s}\right)^2\right]$$

Y - FREQUÊNCIA DA OCORRÊNCIA DOS DESVIOS

X - VALOR MEDIDO

m - VALOR MAIS PROVÁVEL DA GRANDEZA
MÉDIA DO CONJUNTO FUNDAMENTAL
MÉDIA OBJECTIVA

s - DESVIO PADRÃO - GRAU DE DISPERSÃO DOS VALORES X EM TORNO DA MÉDIA

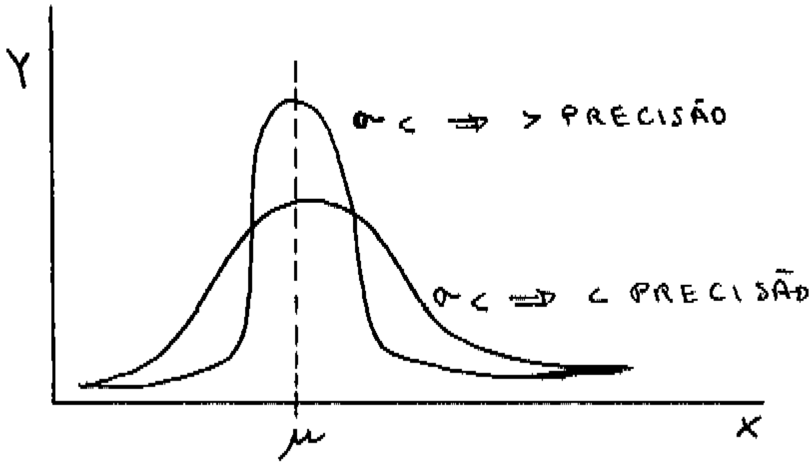
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\infty}(X_i - m)^2}{N}}$$

d - DESVIO MÉDIO DO CONJUNTO FUNDAMENTAL

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{\infty}|X_i - m|}{N}$$

d @ 0.8 s

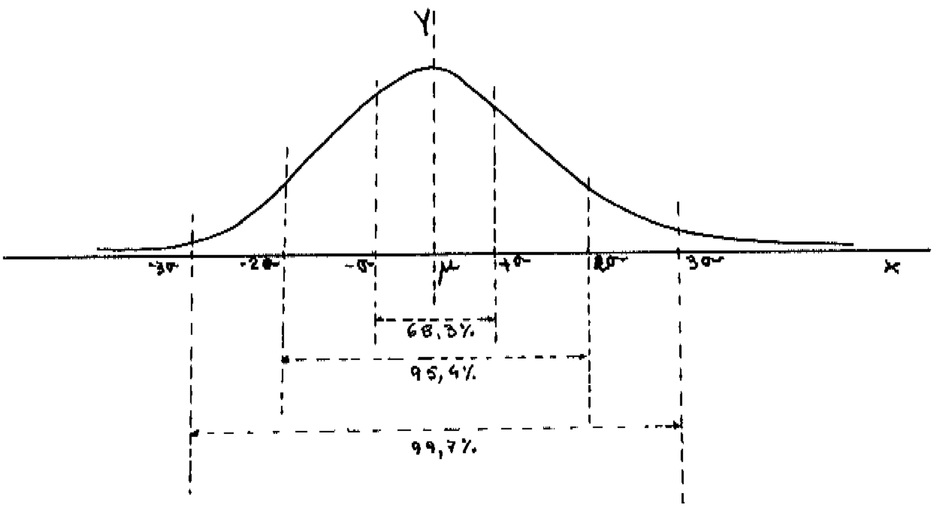
O **DESVIO PADRÃO** CARACTERIZA A **PRECISÃO**



CRITÉRIOS PROBABILÍSTICOS

INTERVALO	PROBABILIDADE (%)
$X = \mu \pm \sigma$	68,3
$X = \mu \pm 2\sigma$	95,4
$X = \mu \pm 3\sigma$	99,7
$X = \mu \pm 4\sigma$	99,98

O MAIS UTILIZADO EM ENGENHARIA É O CRITÉRIO DE 2σ.



Exemplo de aplicação da distribuição de Gauss.

Um produtor de lâmpadas determinou que o tempo de vida das lâmpadas que produzia seguia a distribuição normal de Gauss.
Retirando uma amostra de 50 lâmpadas e testando-as verificou que o tempo médio era de 69 dias com um desvio padrão de 20 dias.
Quantas lâmpadas durarão mais de 100 dias?

Resolução:

$$Y = \frac{1}{s\sqrt{2p}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{X - m}{s}\right)^2\right]$$

$$K = \left[\left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right)\right] \qquad K = \left[\left(\frac{100 - 60}{20}\right)\right] = 2$$

Consultando uma tabela da distribuição normal, verifica-se que, para:

$$K = 2 \Rightarrow \alpha = 0{,}9773 \Rightarrow 1 - \alpha = 1 - 0{,}9773 = 0{,}0227$$

Portanto, 2,27 % das lâmpadas durarão mais do que 100 dias.

CONJUNTO AMOSTRA

MÉDIA - VALOR MÉDIO

$$\bar{x} = \frac{\sum_1^n x_i}{n} \qquad \textbf{SE } n \to \infty \Rightarrow \bar{x} \to \mu$$

DESVIO QUADRÁTICO MÉDIO

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad \textbf{SE } n \to \infty \Rightarrow s \to \sigma$$

ATENÇÃO: (n - 1) E NÃO (n), PORQUE É O Nº DE GRAU DE LIBERDADE

INTERVALOS DE INDETERMINAÇÃO

A) **AMOSTRAS GRANDES**

$n > 50$, 60 (?)

$$\mathbf{m} = \bar{x} \pm \frac{z \ . \ s}{\sqrt{n}}$$

z - É UMA VARIÁVEL NORMALIZADA QUE DEPENDE DA PROBABILIDADE

P	z
0,9	1,64
0,95	1,96
0,954	2,00
0,98	2,33
0,99	2,58

B) **AMOSTRAS PEQUENAS**

$$\mathbf{m} = \bar{x} \pm \frac{t \ . \ s}{\sqrt{n}}$$

INTERVALO DO **VALOR MAIS PROVÁVEL DA GRANDEZA**

t - FACTOR DE **STUDENT** (GOSSET, 1908)

DEPENDE DE P - PROBABILIDADE E DE n-1 - Nº DE GRAUS DE LIBERDADE.

A DISTRIBUIÇÃO DE **STUDENT Þ** DISTRIBUIÇÃO **NORMAL DE GAUSS, QUANDO n Þ ¥**

REJEIÇÃO DE VALORES

$$x_i = \bar{x} \pm t \cdot s$$

INTERVALO DOs **VALORES POSSÍVEIS PARA A MEDIÇÃO DA GRANDEZA**

QUANDO SE **REJEITA** UM VALOR?

a) DETERMINA-SE ($\bar{x}$) SEM O VALOR EM TESTE Xk

b) DETERMINA-SE (s); (t para 95% e n-1) (n não entra com o valor de teste Xk)

c) DETERMINA-SE O INTERVALO ($x_i = \bar{x} \pm t \cdot s$)

d) Xk **NÃO** CAI DENTRO DO INTERVALO? $\Rightarrow$ REJEITA-SE

e) Xk CAI DENTRO DO INTERVALO? $\Rightarrow$ **NÃO** SE REJEITA E REFAZEM-SE OS CÁLCULOS ENTRANDO COM ESSE VALOR.

f) DETERMINA-SE O INTERVALO $\mu = \bar{x} \pm \dfrac{t \cdot s}{\sqrt{n}}$

Exemplo:

Realizaram-se três séries de medidas da concentração de cobalto em três amostras obtidas dividindo, em partes alíquotas, uma mesma amostra da solução.
a) Verificar se as medições são concordantes.
b) Indique qual o melhor valor a adoptar como valor da concentração de cobalto nesta solução.

1ª série (g/l)	2ª série (g/l)	3ª série (g/l)
26,1	26,6	26,6
25,8	26,8	26,9
26,3	26,2	26,7
26,8	26,9	26,6
25,9	27,1	26,7
26,2	27,0	26,6

MEDIÇÕES INDIRECTAS

$$M = f\,(M_1\,,\,M_2\,,\,\dots\,,M_n\,)$$

SABENDO:

ERRO EM $\begin{vmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \cdots \\ M_n \end{vmatrix} \Rightarrow$ CALCULA - SE O LIMITE SUPERIOR DO ERRO EM M

PROPAGAÇÃO DE ERROS

SE **Q** FOR O VALOR MAIS PROVÁVEL DA GRANDEZA **M**

$$Q = f\,(q_1\,,\,q_2\,,\,\dots\,,q_n\,)$$

EM QUE $(q_1\,,\,q_2\,,\,\dots\,,q_n\,)$ SÃO OS VALORES MAIS PROVÁVEIS DE $(M_1\,,\,M_2\,,\,\dots\,,M_n\,)$

CASO 1

EXISTEM (m) DETERMINAÇÕES DE CADA GRANDEZA MEDIDA DIRECTAMENTE:

$$\left|\begin{array}{cccccc} M_{11} & M_{21} & \dots & M_{n1} & \Rightarrow & M^{(1)} \\ M_{12} & M_{22} & \dots & M_{n2} & \Rightarrow & M^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \Rightarrow & \dots \\ M_{1m} & M_{2m} & \dots & M_{nm} & \Rightarrow & M^{(m)} \end{array}\right| \Rightarrow M = \overline{M} \pm \frac{t\ .\ s}{\sqrt{m}}$$

$$\overline{M} = \frac{\sum_{i=1}^{m} M^{(i)}}{m}$$

$$s_M = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} (M^{(i)} - \overline{M})^2}{m - 1}}$$

CASO 2

SÓ SÃO CONHECIDOS OS VALORES MAIS PROVÁVEIS (q) DAS GRANDEZAS MEDIDAS DIRECTAMENTE E OS RESPECTIVOS ERROS:

$$
\left| \begin{array}{l}
\mu_1 = q_1 \pm \Delta q_1 \\
\mu_2 = q_2 \pm \Delta q_2 \\
\qquad \ldots \\
\mu_n = q_n \pm \Delta q_n
\end{array} \right.
$$

COMO $\quad Q = f\,(q_1, q_2, \ldots, q_n)$

DIFERENCIANDO:

$$dQ = \frac{\partial f}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial f}{\partial q_2} dq_2 + \ldots + \frac{\partial f}{\partial q_n} dq_n$$

SUBSTITUINDO AS DIFERENCIAIS POR PEQUENOS ACRÉSCIMOS FINITOS:

$$\Delta Q = \frac{\partial f}{\partial q_1} \Delta q_1 + \frac{\partial f}{\partial q_2} \Delta q_2 + \ldots + \frac{\partial f}{\partial q_n} \Delta q_n$$

QUE REPRESENTA A **LEI GERAL DA PROPAGAÇÃO DOS ERROS**

CASOS ESPECIAIS

A) **ADIÇÕES ALGÉBRICAS**

SE $\quad Q = \pm q_1 \pm q_2 \pm \ldots \pm q_n$

VIRÁ:

$$\Delta Q_{max} \leq \left|\frac{\partial f}{\partial q_1}\right| \Delta q_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial q_2}\right| \Delta q_2 + \ldots + \left|\frac{\partial f}{\partial q_n}\right| \Delta q_n$$

LEI DA **PROPAGAÇÃO DOS ERROS ABSOLUTOS**

Exemplo:

Peso de um vaso vazio	= 14,0031 ± 0,0005 g
Peso do vaso + amostra	= 14,2047 ± 0,0005 g
Peso da amostra	= 0,2016 ± 0,0010 g

B) **PRODUTOS EM R^n**

SE $$Q = q_1^{\alpha_1} \cdot q_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot q_n^{\alpha_n}$$

DIFERENCIANDO:

$$\Delta Q = \left(q_2^{\alpha_2} \ldots q_n^{\alpha_n}\right) \cdot \alpha_1\, q_1^{\alpha_1 - 1} \cdot \Delta q_1 + \ldots + \left(q_1^{\alpha_1} \ldots q_{n-1}^{\alpha_{n-1}}\right) \cdot \alpha_n\, q_n^{\alpha_n - 1} \cdot \Delta q_n$$

DIVIDINDO POR Q:

$$\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)_{max} \leq |\alpha_1| \frac{\Delta q_1}{q_1} + |\alpha_2| \frac{\Delta q_2}{q_2} + \ldots + |\alpha_n| \frac{\Delta q_n}{q_n}$$

LEI DA **PROPAGAÇÃO DOS ERROS RELATIVOS**

Exemplo:

Determinar o calor desenvolvido numa resistência de R=100 ± 1 Ω, por uma corrente de intensidade I=1,00 ± 0,01 A, ao fim do tempo t=100 ± 1 s.

Resolução:

$$Q = R\,I^2\,t \;\Rightarrow\; \left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)_{max} \leq \frac{\Delta R}{R} + |2| \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta t}{t}$$

$$Q = 10000\ J \;\Rightarrow\; \frac{\Delta Q}{Q} \leq \frac{4}{100} \;\Rightarrow\; \Delta Q \leq 400\ J$$

$$Q = (10{,}0 \pm 0{,}4) \times 10^3\ J$$

CONCLUSÕES

- QUANDO SE **SOMAM ALGEBRICAMENTE** GRANDEZAS, **SOMAM-SE OS ERROS ABSOLUTOS.**

- QUANDO SE **MULTIPLICAM** OU **DIVIDEM** GRANDEZAS, **SOMAM-SE OS ERROS RELATIVOS.**

- QUANDO EXISTEM **POTÊNCIAS**, OS **ERROS RELATIVOS** VÊM **MULTIPLICADOS PELA POTÊNCIA** (EM MÓDULO) CORRESPONDENTE.

- QUANDO EXISTEM GRANDEZAS QUE POSSUEM UM **ERRO MUITO MENOR** DO QUE AS OUTRAS, PODEM CONSIDERAR-SE **CONSTANTES NA DIFERENCIAÇÃO,** PARA EFEITO DO ERRO.

- SE SÓ TIVERMOS UMA MEDIÇÃO, OU NADA SOUBERMOS ACERCA DOS DESVIOS QUADRÁTICOS MÉDIOS DAS GRANDEZAS MEDIDAS DIRECTAMENTE, **NÃO** SE PODEM APLICAR ESTAS EXPRESSÕES.

CÁLCULOS GRÁFICOS

$\left.\begin{array}{l}\text{– MAIS COMPLEXA}\\ \text{- ERROS MUITO SUPERIORES}\end{array}\right\}$ NA PROGRAMAÇÃO

ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

ALGARISMO SIGNIFICATIVO É QUALQUER DÍGITO 1,2,....9 E O 0 (ZERO) QUANDO COLOCADO À DIREITA DA VÍRGULA, DESDE QUE À SUA ESQUERDA JÁ EXISTA OUTRO DÍGITO.

EXPRESSÃO DE RESULTADOS

- DEPENDE DO **ERRO ABSOLUTO.**
- O ÚLTIMO ALGARISMO SIGNIFICATIVO QUE SE DEVE INCLUIR NA EXPRESSÃO DE UM RESULTADO É **O ALGARISMO DUVIDOSO**. **MAIS** ALGARISMOS **SIGNIFICATIVOS DÃO UMA FALSA APARÊNCIA DE CORRECÇÃO.**
- O NÚMERO DE ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS **DO ERRO ABSOLUTO** DEVE SER **1** OU QUANTO MUITO **2**, SE O PRIMEIRO DÍGITO DO ERRO FÔR **1 OU 2**, TENDO EM ATENÇÃO A REGRA ANTERIOR.
- A **SOMA ALGÉBRICA** DEVE CONTER O **NÚMERO DE CASAS DECIMAIS** IGUAL AO DA QUANTIDADE COM **MAIOR ERRO ABSOLUTO**.
- O **PRODUTO OU O QUOCIENTE** DEVE CONTER O MESMO **NÚMERO DE ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS** QUE O TERMO COM **MENOR NÚMERO DE ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS**.
- EM OPERAÇÕES SUCESSIVAS DEVE USAR-SE SEMPRE MAIS UM ALGARISMO SIGNIFICATIVO.

- VEJAMOS COMO SE EXPRIME O RESULTADO DA MEDIÇÃO DO DIÂMETRO DE UMA "ESFERA".

INSTRUMENTO DE MEDIDA: CRAVEIRA COM NÓNIO, COM UM ERRO = 0,1 mm.

CADA MEDIÇÃO PODERIA SER EXPRESSA:

$$X_i = \overline{X} \pm 0{,}1 \text{ mm}$$

CASO **A**

5,5; 5,4; 5,1; 5,2 mm

$$\overline{X} = 5{,}3 \text{ mm}$$

s = 0,183

$$\left.\begin{array}{l} t_{95\%} \\ n-1 \end{array}\right] = 3{,}182$$

$$\frac{t\,s}{\sqrt{n}} = 0{,}29$$

$$d = 5{,}3 \pm 0{,}3 \quad \text{mm}$$

DIÂMETRO APARENTE

PORQUE AS OSCILAÇÕES SÃO SUPERIORES AO ERRO DO NÓNIO ($\pm$ $0{,}2 > 0{,}1$)

A "ESFERA" NÃO É ESFÉRICA

CASO **B**

5,4; 5,3; 5,2; 5,4 mm

$$\overline{X} = 5{,}3\,(25) \text{ mm}$$

s = 0,096

$$\left.\begin{array}{l} t_{95\%} \\ n-1 \end{array}\right] = 3{,}182$$

$$\frac{t\,s}{\sqrt{n}} = 0{,}15\,(2)$$

$$d = 5{,}3 \pm 0{,}2 \quad \text{mm}$$

$$d = 5{,}33 \pm 0{,}15 \quad \text{mm}$$

NÚMERO INSUFICIENTE DE DETERMINAÇÕES

A "ESFERA" É ESFÉRICA?

- O DESVIO QUADRÁTICO MÉDIO **s** É **ESSENCIALMENTE CONSTANTE**.
  O QUE DÁ CONTA **DA VARIAÇÃO DO NÚMERO DE EXPERIÊNCIAS** É O **t** E O $\sqrt{n}$.

- QUANTO **MENOR** FÔR O **VALOR DA GRANDEZA**, PARA O MESMO APARELHO DE MEDIDA (= **ERRO ABSOLUTO) MAIOR É O ERRO RELATIVO**.

  Þ MUDAR DE APARELHO DE MEDIDA

Exemplo:

Pretende-se caulcular a perda de carga numa tubagem rectilínea de forma cilíndrica, conhecendo os seguintes valores, referentes às condições de operação:

viscosidade do fluido	$\mu = 3{,}00 \pm 0{,}06$ cp
massa específica do fluido	$\rho = 0{,}935 \pm 0{,}003$ g / cm^3
velocidade do fluido	$v = 1{,}45 \pm 0{,}02$ m/s
diâmetro da canalização	$d = 5{,}25 \pm 0{,}02$ cm
rugosidade absoluta	$\varepsilon = 0{,}08 \pm 0{,}02$ cm

Considerando que o valor do factor de atrito é obtido por leitura no gráfico: $f = f\,(Re,\ \varepsilon/d)$, determine a perda de carga por unidade de comprimento e o respectivo erro.