



Sara A. Encarnação^{1, 2, 3}
sara.encarnacao@fcs.unl.pt

Sérgio Serafim¹
sergio.serafim@gmail.com

Marcos Gaudiano^{2, 3}
marcosgaudiano@gmail.com

Francisco C. Santos^{4, 2, 3}
fcsantos@di.fct.unl.pt

Jorge M. Pacheco^{5, 2, 3}
jmpacheco@math.uminho.pt

José A. Tenedório¹
ja.tenedorio@fcs.unl.pt

1 e-GEO, Centro de Estudos de Geografia e Planeamento Regional, Faculdade de Ciências Sociais e Humanas, Universidade Nova de Lisboa, Av. de Berna 26-C 1069-061 Lisboa, Portugal, telef. (+351) 21 790 8300.

2 Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais, Complexo Interdisciplinar da Universidade de Lisboa, Avenida Professor Gama Pinto, 1649-003 Lisboa, Portugal, telef. (+351) 21 790 4700.

3 atpgroup – applications of theoretical physics, Complexo Interdisciplinar da Universidade de Lisboa, Avenida Professor Gama Pinto, 1649-003 Lisboa, Portugal, telef. (+351) 21 790 4700.

4 CENTRIA, Departamento de Informática, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Quinta da Torre, 2829-516 Caparica, Portugal, telef. (+351) 21 294 8536.

5 Departamento de Matemática e Aplicações, Universidade do Minho, Campus de Gualtar, 4710-057 Braga, Portugal, telef. (+351) 25 360 4340

Sistemas Territoriais Complexos – da não linearidade das dinâmicas territoriais à emergência de territórios auto-organizados

Tecnologia de Informação Geográfica

1. Introdução

Uma das grandes dificuldades em se modelar fenómenos geográficos prende-se com o facto de estes se caracterizarem por uma complexa rede de interacções entre múltiplos agentes e actores do território, que exercem o seu papel numa multiplicidade de escalas (funcionais, espaciais e temporais). Desta forma, os métodos de análise que se baseiam em comportamentos lineares falham muitas das vezes na explicação do comportamento de fenómenos que são complexos pela sua natureza, caracterizados por dinâmicas não lineares e dependentes da escala. A realidade é caracterizada, em grande parte, por fenómenos dinâmicos e complexos, pelo que não será de estranhar que o estudo dos sistemas complexos tenha conhecido um

crecente interesse em áreas de conhecimento tão diferenciadas, que percorrem um largo espectro entre as ciências exactas e as ciências sociais. A multidisciplinaridade (teórica e prática) daqui emergente apresenta-se, no nosso entender, como umas das grandes potencialidades para o desenvolvimento de novos métodos e abordagens em Geografia.

Desta forma, o presente artigo será estruturado em duas grandes partes. Na primeira parte serão apresentadas algumas propriedades dos sistemas complexos. Na segunda parte será apresentado o caso de estudo incidente no crescimento e evolução das áreas construídas da margem Norte da Área Metropolitana de Lisboa (AML), no período 1960 – 2004. Esta problemática foi abordada na óptica dos sistemas complexos e numa primeira fase procuraram-se indícios ou assinaturas de complexidade na dinâmica e evolução do espaço geográfico.

2. A Teoria da Complexidade

Os sistemas complexos estudados são regra geral sistemas abertos e constituídos por um grande número de componentes que interagem entre si de forma não linear, muitas vezes a diferentes escalas. Nestes, as manifestações destas características não-lineares ocorre, por exemplo, no estudo das suas dinâmicas evolutivas. De igual forma, a visão reducionista de que a partir do conhecimento das partes é possível conhecer o sistema no seu todo é confrontada com a visão holística da complexidade, a qual advoga que «o todo é mais do que a soma das partes». As partes (entidades, elementos) do sistema interagem entre si e do comportamento colectivo resultam estruturas hierárquicas com dinâmicas próprias a escalas superiores. Assim, ao estudo dos sistemas complexos importa conhecer as propriedades globais dos sistemas que emergem como resultado da interacção das suas componentes, propriedades essas que não existem nas escalas inferiores. Por exemplo, a temperatura não é uma propriedade intrínseca das partículas, é antes uma medida da energia cinética média de todas elas, resultante da colisão entre elas. De igual forma, o conhecimento atómico de cada neurónio do cérebro humano nada nos diz sobre a consciência humana – sendo esta uma propriedade global emergente. Como emergem então as propriedades do todo que não existem nas partes (a escalas inferiores)?

2.1. Propriedades dos Sistemas Complexos

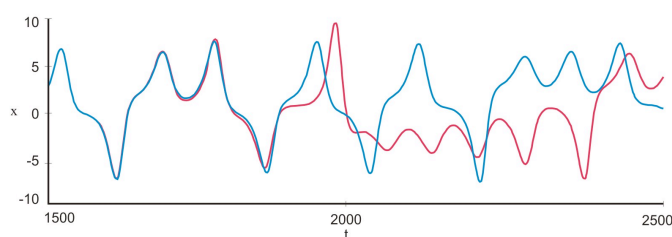
2.1.1. Sensibilidade às condições iniciais

A sensibilidade às condições iniciais e a dependência histórica de eventos, sendo duas propriedades de natureza diferente, têm em comum o facto de as interacções e interdependências entre as componentes se traduzirem em comportamentos não lineares (Goldstein, 1999; Holland, 1998, citados em McDaniel & Driebe, 2005:6), pelo que os efeitos deixam de ser proporcionais às causas. Isto significa que grandes *inputs* podem produzir pequenas alterações enquanto um pequeno *input*, por vezes, pode produzir resultados dramáticos (Guastello & Liebovitch, 2009:1). As primeiras referências à questão das condições iniciais datam do final do século XIX com Jacques Hadamard. Pierre Duhem, em 1906, e Henri Poincaré em 1908 (com o problema dos três corpos¹), dão continuidade ao trabalho de Hadamard (Ruelle, 1994:58) ao que mais tarde viria a ser conhecido como caos determinista. Neste, a dificuldade em prever os estados futuros de um sistema resulta da impossibilidade de uma medição exacta de um sistema e da forma como o observador influencia esse mesmo processo de medida.

1 O problema dos três corpos pode ser sintetizado da seguinte forma: de acordo com as leis de Newton (mecânica e gravidade), é possível determinar as órbitas planetárias de um sistema de dois corpos, por exemplo a Terra e o Sol. Contudo, quando se inclui um terceiro corpo, por exemplo a Lua, deixa de ser possível encontrar soluções analíticas. Isto é, a introdução no sistema de um terceiro corpo provocará pequenas perturbações na relação de equilíbrio que existe entre dois corpos, conforme estabelecido pela Lei de Newton, na qual a atracção entre os dois corpos é inversamente proporcional ao quadrado da distância. Essas pequenas perturbações acumulam-se no tempo provocando alterações significativas nas trajectórias a longo prazo.

O exemplo paradigmático desta influência está associado aos trabalhos de Edward Lorenz do início da década de 60. Lorenz tentava modelar um sistema com três variáveis relacionadas com o tempo, nomeadamente o movimento de convecção (x), diferença de temperatura (y) e a distorção do perfil da temperatura (z) (Flake, 1998:168). Lorenz executa o modelo duas vezes e conclui que, no tempo, as duas trajetórias divergiam significativamente. Lorenz repara então que ao introduzir, pela segunda vez, as condições iniciais acabara por eliminar algumas casas decimais. A diferença residual entre as duas condições de partida não eram aparentemente muito significativas, mas acabaram por ter um papel determinante na evolução do sistema (figura 1). Daqui resulta uma incerteza sobre os estados futuros do sistema que é introduzida pelo observador.

Figura 1 – Evolução do sistema de Lorenz diferenças iniciais infinitesimais



Adaptado de: Flake, 1998:169

2.1.2. Dependência na história evolutiva

A dependência histórica dos eventos não só tem consequências a todas as escalas como também se pode manifestar de formas radicalmente diferentes. As sociedades e os sistemas económicos são exemplos claros destes factos. A multiplicidade de escalas de análise existentes, por exemplo entre o indivíduo (escala micro) e os estados (escala macro) dá origem a várias dimensões de uma mesma realidade que incorrem em processos evolutivos diferenciados, embora interactuantes e interdependentes. Na sua origem encontramos o indivíduo com capacidade de decisão, interesses e vontades próprias que se complementam, potencializadas ou constringidas pelo funcionamento do meio onde se insere esse mesmo indivíduo e onde coexistem muitos outros indivíduos.

Nesta perspectiva Brian Arthur (1989) analisou a forma como as interdependências e interrelações entre indivíduos podem afectar os processos de selecção no contexto da adopção de uma dada tecnologia. Segundo Arthur (1989, 1992) deve ser aceite a possibilidade de existência de “eventos aleatórios” dado que as interacções entre os agentes afastam a dinâmica do sistema de soluções únicas, ordenadas e previsíveis, na medida em que estas requerem: a) um conhecimento total do problema; b) uma capacidade perfeita para a computação da solução; c) uma única solução e d) o conhecimento de que os restantes agentes operam segundo a) e b).

Quando estes eventos, de início de pequena escala, se acumulam, os seus efeitos a longo prazo serão ampliados, remetendo-nos para a não-previsibilidade e questionando o potencial de um dado produto tecnológico. A ineficiência do potencial pode resultar da presença de retornos crescentes (*feedback positivo*) nos sistemas económicos, dando origem a que uma tecnologia com menor potencial consiga conquistar o mercado em detrimento de uma tecnologia, à partida com maior potencial. Quando isto acontece surge uma nova propriedade, a da inflexibilidade, no sentido em que esta tecnologia ganha força e reforça a sua posição no mercado, i.e., torna-se progressivamente mais fixa (*locked-in*). A “história” do percurso tomado é desta forma determinante e circunstâncias como os interesses políticos, a experiência prévia dos agentes, datas de contractos, decisões tomadas em encontros determinantes, cultura, religião, entre muitos outros, podem confluir para o desvio ao esperado.

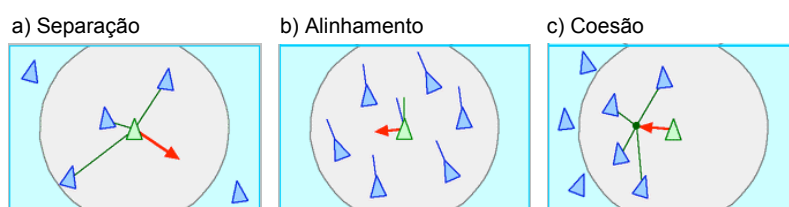
2.1.3. Auto-organização e Emergência

Os macro- (a uma escala global) ou meso- (a escalas intermédias) estados de um sistema complexo apresentam regra geral padrões ordenados e estruturas coerentes exibindo portanto organização. Contudo, esta macro-organização não resulta de um comando central que determine a priori os estados e comportamentos às diferentes escalas do sistema – diz-se então que o sistema é auto-organizado, ou seja, a macro-organização emerge das inter-dependências entre as micro-componentes. As conexões estabelecidas evoluem também no tempo (Ashby, 1962) donde resulta a emergência de novos comportamentos a escalas superiores. De salientar que cada indivíduo ou componente age, regra geral, de acordo com a informação local que dispõe, não conhecendo nem controlando a trajectória global do sistema. A relação entre a auto-organização e emergência fica clara na seguinte afirmação de Waldrop (1992:11): «(...) *groups of agents seeking mutual accommodation and self-consistency somehow manage to transcend themselves, acquiring collective properties such as life, thought, and purpose that they might never have possessed individually.*»

Esta dicotomia entre um comportamento miópico à escala micro e uma propriedade emergente à escala macro é bem exemplificada no modelo apresentado na XIV conferência da SIGGRAPH² em 1987 por Craig Reynolds³. O modelo procurava capturar o essencial do comportamento exibido pelas aves na formação de bandos, ou de um rebanho ou de cardumes de peixes (Waldrop, 1992:241; Flake, 1998:271). No modelo, cada ave é representada por um objecto geométrico, genericamente denominado por *boïd*. O comportamento de cada *boïd* será influenciado, quer pelo seu estado interno (por exemplo, a orientação e a capacidade de voo), quer pelo estado do sistema, a si externo (por exemplo, a presença de obstáculos). O seu comportamento é determinado pelo seguinte conjunto de regras (figura 2):

1. Separação – mudar de direcção para evitar as outras aves vizinhas e impedindo também a diminuição do espaço disponível;
2. Alinhamento – mudar de direcção de forma a seguir a orientação média dos vizinhos locais;
3. Coesão – mudar de direcção para perto da posição média dos vizinhos locais.

Figura 2 - Regras dos *boïds*



Fonte: <http://www.red3d.com/cwr/boïds/>

2.1.4. Evolução e Adaptação

Estas são questões centrais no ramo da Biologia Evolutiva, mas para as quais a Geografia deve estar atenta (assim como outras ciências sociais), já que definem conceitos que são transversais a todos os sistemas de multicomponentes que interagem entre si e evoluem no tempo. Por sua vez, a teoria da complexidade procura explicar e caracterizar as leis gerais que emergem das estruturas auto-organizadas encontradas no mundo natural. Mas como poderá a vida ser contingente (possível mas incerta), imprevisível e acidental e simultaneamente obedecer a leis gerais (Kauffman, 1996:12)?

² SIGGRAPH (Special Interest Group on GRAPHics and Interactive Techniques)
<http://www.siggraph.org/conference/>

³ Página da internet desenvolvida por Craig Reynolds <http://www.red3d.com/cwr/boïds/>

A vida, entendida como um todo poderá estar não só nos detalhes das moléculas ou células individuais mas será a propriedade colectiva emergente da interacção entre os sistemas de moléculas ou células. Se a vida é dinâmica, muda no tempo, e deverá ser o resultado de um balanço entre um regime ordenado (possível em sistemas isolados e mesmo assim com uma probabilidade de ocorrência muito pequena) e um regime desordenado (caótico) no qual as perturbações do sistema são demasiado significativas para que se alcance um regime estacionário. Resulta daqui a afirmação de que a vida existe no limiar do caos. Aqui entra um conceito fundamental na teoria evolutiva, nomeadamente a noção de *fitness*⁴. Ou seja, a evolução é a história da adaptação dos organismos através de mudanças genéticas, alterando o *fitness* relativo dos indivíduos de uma população. A variação do *fitness* de cada indivíduo não é um processo casuístico e puramente aleatório, ele é o resultado de um processo adaptativo às mudanças que ocorrem no meio onde se inserem, mas não só. A competição entre organismos faz com que estes se adaptem às mudanças de uns e outros, pelo que as paisagens de *fitness* encontram-se em constante mudança face aos movimentos adaptativos dos parceiros de uma população. Esta característica de interdependência entre os valores de *fitness* de vários indivíduos é uma das características mais interessantes da teoria evolutiva pois descreve de uma forma simples aspectos comuns a outros sistemas complexos, desde a ecologia à economia e às ciências sociais em geral. De facto, as ideias da teoria da evolução têm conhecido uma transposição para o campo dos sistemas sociais em diferentes escalas, por exemplo na relação entre os sistemas ecológicos e os sistemas económicos (Kallis, 2007), a partir dos trabalhos desenvolvidos por Richard Norgaard (Winder, *et al*, 2005). Norgaard (1994) defende que a ideia comum de sustentabilidade deve ser repensada na medida em que o mundo é demasiado complexo para que seja possível perceber e estabelecer condições específicas de sustentabilidade. Isto porque as acções a tomar para combater a não sustentabilidade tendem a ter por base uma escolha de tecnologias, contudo, os mecanismos de percepção, escolha e uso de tecnologias estão embebidos na estrutura social, que são, por sua vez, produtos de tecnologias modernas (Norgaard, 1994:27). Winder (2005) estabelece como exemplo as consequências da intensificação económica nas sociedades, referindo que alguns comportamentos impuseram um severo stress evolucionário em determinadas populações. O resultado tem tido tradução em revoluções, guerras, genocídio e limpezas étnicas, todos processos evolucionários nos quais o *fit* de uma população é influenciado pelas acções de outra, e todos eles justificados em crenças culturais sobre grupos sociais interactuantes Winder (2005:358).

No âmbito da dinâmica comportamental e de preferências, a teoria evolutiva tem oferecido poderosas ferramentas de modelação, em particular quando associadas à teoria de jogos evolutiva (Sigmund, 2010). Enquanto que em sistemas biológicos o *fitness* individual simboliza a capacidade reprodutiva, aqui o *fitness* pode também expressar o sucesso social de um determinado comportamento, levando-o a ser adoptado ou imitado por outros. As propriedades globais do sistema são assim o resultado das estratégias de actuação conjunta de diferentes agentes, sejam estas intencionais ou não, bem como da forma como os retornos individuais são percebidos pelos restantes indivíduos. Em resultado disso, e uma vez mais, a população exhibe muitas vezes uma complexidade global muito maior do que a que caracteriza cada indivíduo isoladamente, sendo o comportamento social global uma propriedade emergente e auto-organizada. Neste contexto um dos tópicos de maior relevância tem sido a análise do conflito entre o interesse individual e colectivo (Hardin, 1968), como a gestão de bens públicos, exploração de recursos colectivos comuns, ou, mais recentemente, problemas associados ao aquecimento global. Além disso, os recentes avanços na análise empírica de redes sociais (Lazer, *et al*, 2009), têm permitido também uma melhor descrição das dinâmicas sociais de grupo

4 Embora exista uma discussão em aberto sobre a noção e a medida de *fitness* esta pode ser caracterizada como a capacidade de um organismo sobreviver desde o seu estado embrionário até à sua forma adulta e de deixar descendência, descrevendo também a relação do organismo com o meio (Sober, 2000).

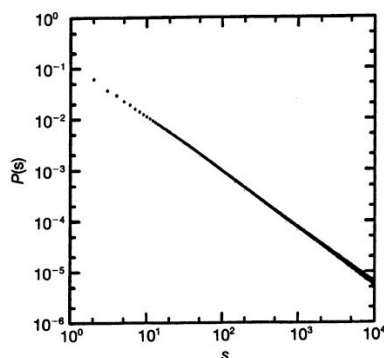
(Palla et al, 2009) e do papel das redes sociais e económicas na dinâmica comportamental e evolução da coesão social (Santos, et al, 2008).

2.1.5. Criticalidade auto-organizada (SOC)

Em 1987 Per Bak, Chao Tang e Kurt Wiesenfeld apresentam e desenvolvem a noção de criticalidade auto-organizada (SOC – *Self-Organized Criticality*) aplicada a sistemas dinâmicos dissipativos (e portanto irreversíveis) com vários graus de liberdade temporais e espaciais (Bak, et al, 1987). Nestes, incluem-se, entre muitos outros, os sistemas ecológicos sustentados pelo conjunto de sinergias e interdependências entre as espécies. Com efeito, são precisamente estas mesmas interações que aumentam a susceptibilidade dos ecossistemas face a pequenas mudanças (Bak, et al, 1987: 364).

O modelo ilustrativo de SOC é o denominado “monte de areia” (*sand-pile model*). Partindo de uma superfície vazia o monte de areia é construído com a adição, aleatória, de um grão de areia em cada momento. À medida que o monte de areia cresce aumenta também o declive a si associado. A progressão do declive atingirá um valor crítico a partir do qual a adição de um ou mais grãos de areia provocará uma “avalanche”. À medida que o monte aumenta, o mesmo acontece com o tamanho característico da maior “avalanche”, até ao momento em que o sistema atinge um ponto crítico e se registam “avalanches” de todos os tamanhos (escalas), e consequente dissipação de energia a todas as escalas (Bak, et al, 1987:365). O tamanho das “avalanches” é definido pelo número de deslizamentos que o acréscimo de um grão de areia provoca (Castro, 2007). As estatísticas da distribuição do número de locais com “avalanches” (s) pela dimensão das mesmas ($P(s)$), revela a presença de uma distribuição em lei de potência, do tipo $P(s) \sim s^{-\tau}$. (Bak & Paczuski, 1995:6691). Desta forma, a probabilidade de ocorrência de uma “avalanche” de dimensão $P(s)$ é proporcional a $s^{-\tau}$, em que $-\tau$ é o declive da recta na relação linear entre o logaritmo de s e o logaritmo de $P(s)$ (Figura 3).

Figura 3 – Distribuição em lei de potência das “avalanches” do modelo do monte de areia



Fonte: Bak & Paczuski, 1995: 6691

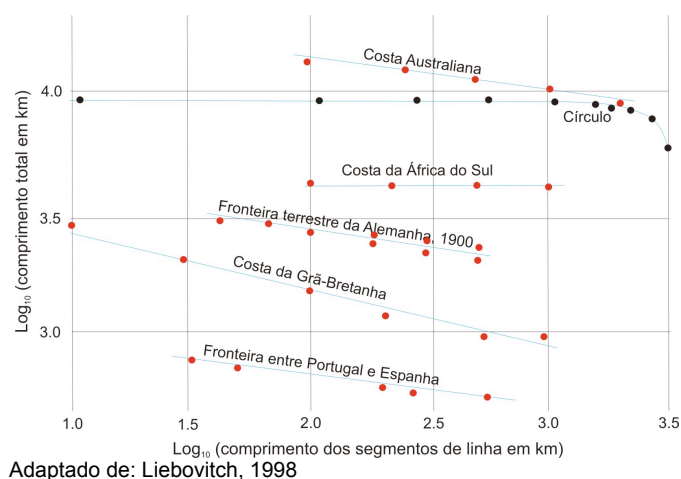
A distribuição de probabilidade revela então que os grandes eventos apresentam o mesmo comportamento, ou a mesma dependência nos parâmetros, que os pequenos eventos, o que implica uma origem comum para a dinâmica emergente (Bak & Paczuski, 1995:6690) e um comportamento livre de escala (*scale-free*). Ou seja, nas palavras de Bak & Paczuski (1995:6690): os sistemas com criticalidade auto-organizada evoluem naturalmente, ou auto-organizam-se, para um estado crítico, altamente interativo, onde pequenas perturbações podem dar origem a avalanches de qualquer dimensão. O sistema exhibe aquilo que se designa por um equilíbrio pontuado, no qual períodos de estabilidade são interrompidos por explosões de actividade. Distribuições em lei de potência têm o dom da ubiquidade, a que a Geografia não escapa incólume. Alguns dos exemplos mais usuais são: a distribuição de terremotos (Chen, Bak & Obukhov, 1991), distribuição de preços de algumas matérias-primas, a distribuição da extinção

de espécies, propagação de fogos florestais (Clar *et al*, 1999) e a distribuição de cidades (Longley *et al*, 1991; Nordbeck, 1971; Batty, 2003), bem como as leis alométricas em Biologia, (Brown e West, 2000) entre outros exemplos.

2.1.6. Comportamento Fractal

Os fenómenos que apresentam distribuições em leis de potência apresentam também, muitas das vezes, a propriedade de auto-similaridade (ou auto-similaridade estatística). Geometricamente, dois objectos serão semelhantes se tiverem a mesma forma, independentemente do seu tamanho, embora os ângulos correspondentes devam ser iguais, i.e., o factor de proporcionalidade, ou o factor de escala, terá de ser o mesmo (Peitgen, *et al*, 2004:132). Contudo será comum encontrar na natureza objectos que apresentam algum grau de similaridade nas suas várias escalas, embora apresentem algumas variações; a estes diz-se que apresentam uma auto-similaridade estatística (Peitgen, *et al*, 2004:138). Um dos primeiros exemplos empíricos de existência de auto-similaridade foi encontrado por Lewis Fry Richardson em 1961 quando analisou o comprimento de costa de vários países, em diferentes escalas (Figura 4).

Figura 4 – Comprimentos aproximados de fronteiras segundo Leis Fry Richardson



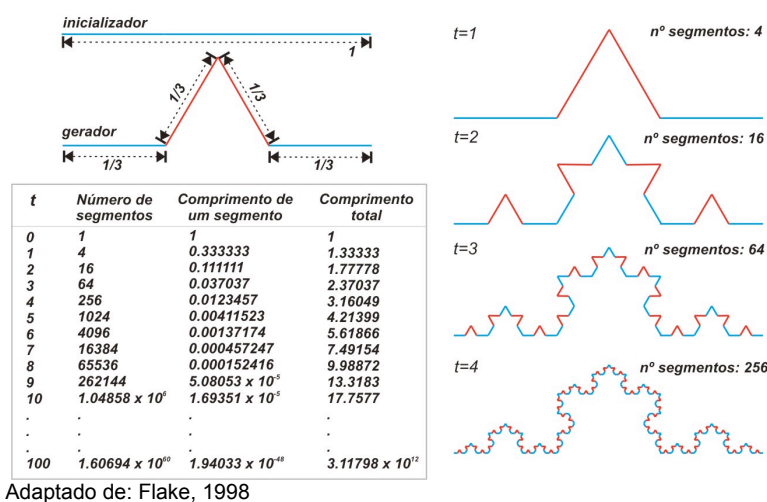
Os detalhes representados na medição da linha de costa variam com o aumento ou diminuição da escala representada. À medida que se diminui o comprimento do segmento de referência (aumentando a escala de análise) serão representados um maior número de detalhes, logo, o comprimento total da linha de costa aumenta à medida que se aumenta a escala e vice-versa. Richardson (1961) constata então que a relação entre a medição dos objectos e a escala de análise se estabelece na forma de lei de potência, embora, no conjunto dos países analisados verifica-se que os declives das rectas variavam. A interpretação destes declives foi retomada por Benoît Mandelbrot em 1967. Segundo este, o declive da recta da relação em lei de potência, encontrada no supracitado problema de Richardson, determina uma dimensão geométrica fraccionária para os objectos. Mandelbrot cunhou o termo Fractal para designar este tipo de objectos cuja dimensão geométrica se situa entre as dimensões euclidianas conhecidas. No caso das linhas de costa a dimensão fractal situar-se-á entre uma linha (dimensão 1) e uma área (dimensão 2).

Um dos exemplos paradigmáticos de comportamento fractal é a denominada curva de Koch⁵ (Helmberg, 2007; Peitgen, *et al*, 2004; Meakin, 1998; Mandelbrot, 1983), apresentada em

5 Existem muitos outros exemplos de objectos fractais matemáticos, nomeadamente o conjunto de Cantor (Cantor set), o Sierpinski Gasket, e o conjunto de Julia (Julia set) entre outros que não serão aqui abordados. Para um estudo mais aprofundado da geometria fractal consultar, por exemplo, as obras aqui referenciadas, nomeadamente Helmberg, 2007; Peitgen, *et al*, 2004; Meakin, 1998; Mandelbrot, 1983.

1904 por Helge von Koch (Figura 5). A construção geométrica da curva de Koch consiste no seguinte: uma linha recta (inicializador) é dividida em três partes iguais. Numa segunda fase, a parte central é substituída por um triângulo equilátero, retirando-se a base; a figura resultante constitui o gerador. Nas etapas seguintes cada segmento de recta é substituído pelo gerador (na Figura 5 é possível ver os primeiros quatro passos). A auto-similaridade é induzida no processo de construção, na medida em que, cada uma das quatro partes da curva, no passo k , é uma versão reduzida, por um factor de 3, de toda a curva do passo $k - 1$ (Peitgen, *et al*, 2004:88). A curva de Koch é um fractal matemático que pode ser iterado infinitamente (na verdade a sua construção depende da capacidade computacional de processamento).

Figura 5 – Curva de Koch



O cálculo do comprimento total da curva de Koch remete-nos novamente para o problema da medição da linha de costa. Como se observa da tabela da figura 5, a cada etapa, o número de segmentos aumenta, embora o comprimento individual de cada segmento diminua. Não obstante, o comprimento total da curva aumenta a cada iteração em $L \times 4^k / 3^k$, sendo L o comprimento original da curva (Peitgen, *et al*, 2004:90), no presente caso $L = 1$. Facilmente se constata que o comprimento total apresenta um crescimento exponencial podendo assumir valores astronómicos ao fim de uma centena de passos ($L = 3.11798 \times 10^{12}$). O cálculo da dimensão fractal (especificamente a dimensão de Hausdorff⁶) de um objecto é definido por:

$$N = M^D \tag{1}$$

Onde N é o número de segmentos que estão englobados no segmento maior, M o factor de escala e D a dimensão fractal. Como o que se pretende achar é a dimensão fractal teremos que resolver a equação (1) em relação a D :

$$D = \log N / \log M \tag{2}$$

No caso da curva de Koch $D = \log 4 / \log 3 = 1.2618$. O estudo do comportamento fractal de objectos tem conhecido, nas últimas décadas, um grande desenvolvimento dada a diversidade de aplicações. Na verdade e além das propriedades de auto-similaridade os fractais ocupam o espaço, em superfície ou em volume, de uma forma que maximiza a utilidade desse mesmo espaço. Isto fica patente em muitos objectos encontrados na natureza e que apresentam uma geometria fractal, como é o caso, por exemplo, da organização dos brônquios num pulmão de um ser humano, ou o seu sistema circulatório. Ambos apresentam estruturas (hierárquicas)

6 A dimensão de Hausdorff é apenas uma das formas de se calcular a dimensão fractal.

que, embora as partes não sejam necessariamente e matematicamente similares ao todo, apresentam um comportamento estatístico auto-similar.

3. Complexidade em geografia – um caso de estudo

A área de estudo está inserida na da Área Metropolitana de Lisboa (AML), definida na Lei n.º 46/2008, de 27 de Agosto. A extensão territorial da AML compreende as NUTS III da Grande Lisboa e da Península de Setúbal, sendo constituída por um total de 18 concelhos e ocupando uma área de cerca de 2.934,79 km². No presente artigo serão reportados apenas os resultados relativos à margem Norte da AML constituída por nove concelhos.

Figura 6 – Área de estudo



3.1. O crescimento das áreas construídas da margem Norte da Área Metropolitana de Lisboa

O sistema territorial escolhido é caracterizado, de uma forma geral, por particularidades evolutivas que interessam abordar na óptica dos sistemas complexos. O papel polarizador da cidade de Lisboa na estruturação e na geração de dinâmicas territoriais na região em apreço é ancestral. Lisboa cidade apresentou sempre uma posição central, envolta em territórios que a abasteciam e que dela dependiam. A evolução da cidade de Lisboa é indissociável dos processos de transformação que foram ocorrendo nos territórios que se situam em seu redor, sendo igualmente verdade a relação inversa.

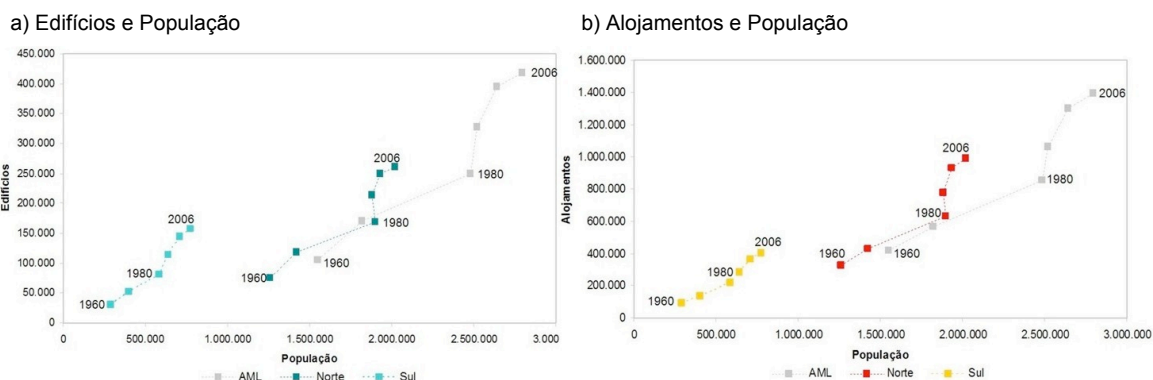
Pereira (1986) indica o início da suburbanização na AML na década de 50 quando Lisboa-cidade começa a perder peso relativo nos quantitativos populacionais face à periferia, registando-se valores de percentagem da população de 65% em 1940, 62,3% em 1950 e 54,6% em 1960. De referir que a tendência registada por Pereira (1986) até 1960 se manteve nas décadas que se seguiram e perduram ainda hoje, registando-se em 2004 apenas 19,2% de população residente em Lisboa-cidade. As alterações do total de população da AML, assim como da sua distribuição territorial, nomeadamente entre centro e periferia, deverão ter necessariamente uma repercussão em variáveis que expressam, de forma indirecta, a interacção da população com o território. No cômputo geral, a análise do total de população residente, do número de edifícios por época de construção e do número de alojamentos familiares clássicos, permite estabelecer algumas interpretações iniciais sobre as tendências registadas nas últimas quatro décadas. Em todas as variáveis registou-se um crescimento generalizado desde a década de 60, embora fica patente que o crescimento dos edifícios e alojamentos tem sido proporcionalmente superior ao da população. De facto, a taxa de variação entre 1960 e 2006, das três variáveis listadas na Tabela

1, revela-nos que o crescimento do espaço construído não pode ser explicado apenas com o aumento populacional ocorrido.

Tabela 1 – Taxa de variação de População residente, Edifícios e Alojamentos, 1960 – 2006

	%	População	Edifícios	Alojamentos
AML	80,08	294,94	234,35	
Margem Norte	60,25	247,14	202,82	
Margem Sul	165,80	412,44	348,80	

Figura 7 – Relação entre a variação da População residente e a variação do n.º de Edifícios e do n.º de Alojamentos familiares clássicos na AML, Margem Norte e Margem Sul (1960 – 2006)



Em ambas as figuras é notória a variação brusca da pendente em 1980 (figura 7), quando a distribuição dos pontos assume uma distribuição quase vertical, implicando que embora o crescimento populacional tenha estabilizado, o mesmo não se passou com a construção de edifícios e alojamentos. Este comportamento é mais significativo na margem Norte, embora também se observe na margem Sul. Nesta última, a variação da pendente parece ser mais significativa na relação entre a população e edifícios do que na relação entre a população e alojamentos. Espacialmente estas relações promovem diferentes tipologias de ocupação do espaço decorrentes de processos de formação diferenciados, e geram localmente estruturas espaciais com diferentes características, por exemplo espaços onde predomina a habitação plurifamiliar e/ou unifamiliar. Estas tipologias de ocupação do espaço geográfico podem ser analisadas através da sua expressão material, i.e., o conjunto de áreas construídas na margem Norte da AML nos períodos de 1960, 1990 e 2004.

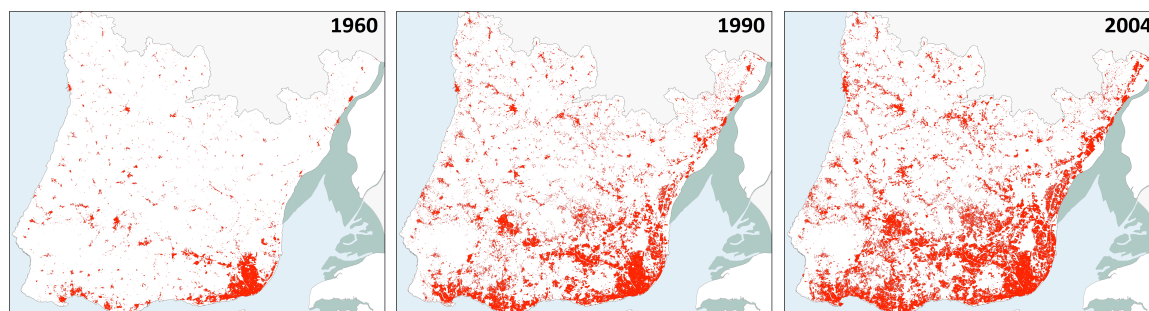
As áreas construídas de 1960 e 1990 foram extraídas a partir das cartas corográficas de Portugal, do antigo Instituto Geográfico e Cadastral (IGC), à escala 1:50000, e as cartas militares do Instituto Geográfico do Exército (Igeoe) à escala 1:25000, respectivamente. Após a compilação do conjunto de cartas em formato analógico procedeu-se à respectiva digitalização e à segmentação da imagem em ambiente *eCognition – Definiens*. Os dados de 2004 resultam de uma classificação por foto-interpretação de orto-fotomapas de 2004, seguindo a legenda COS (Classificação de Ocupação do Solo) para os níveis 1 e 2. Para a extracção do construído seleccionaram-se apenas as classes 11 e 12 do nível 2 correspondentes aos espaços urbanos, industriais, comerciais e transportes⁷.

A classificação final foi exportada para formato vectorial (*shapefile*) e representada a vermelho na figura seguinte. Em ambiente ArcGis foi necessário editar os dados para eliminar objectos anteriormente classificados como “Vermelhos” mas que não representavam edificado. São disso exemplo as estradas e outros elementos cartográficos, como por exemplo os símbolos

⁷ A classificação de uso/ocupação do solo foi elaborada pela Dra. Sónia Araújo, sob a coordenação da Professora Doutora Cristina Henriques, no âmbito do projecto LUCMODEL – Modelo de Alterações do Uso do Solo das aglomerações urbanas de Lisboa e Maputo (PDCT/GEO/61066/2004) (José A. Tenedório – coordenação).

de edifícios religiosos. A Figura 8 representa o conjunto final das áreas construídas em cada um dos momentos temporais estudados.

Figura 8 – Áreas construídas, AML-Norte, 1960, 1990 e 2004



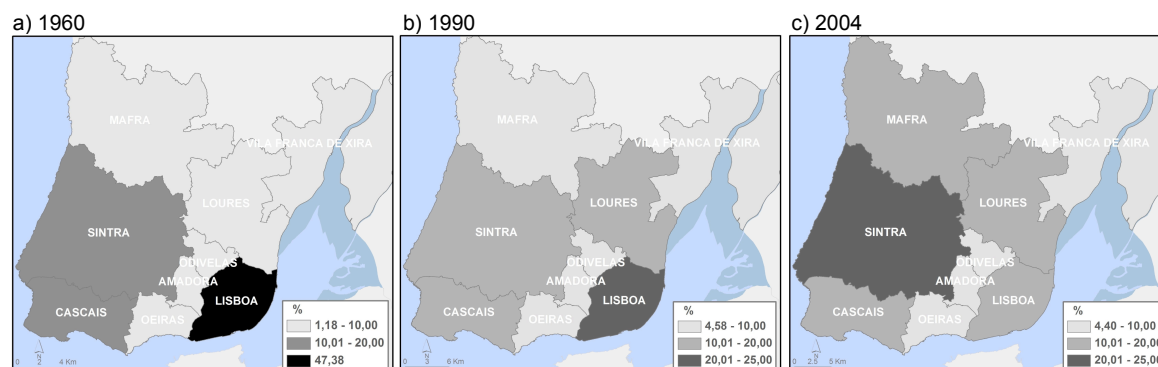
Os dados quantitativos revelam-nos a forte expansão do território construído ocorrida na segunda metade do século XX e início do século XXI (Tabela 2).

Tabela 2 – Percentagens de construído e taxas de variação, 1960, 90 e 2004

Margem Norte	1960	1990	2004
Área de construído (m ²)	49.771.968,38	163.790.721,08	237.362.607,12
Área de construído (%)	4,24	13,96	20,23
Variação absoluta (m ²)		114.018.752,70	73.571.886,05
Taxa de variação (%)		229,08	44,92
Taxa Variação média anual (%)		7,64	3,21

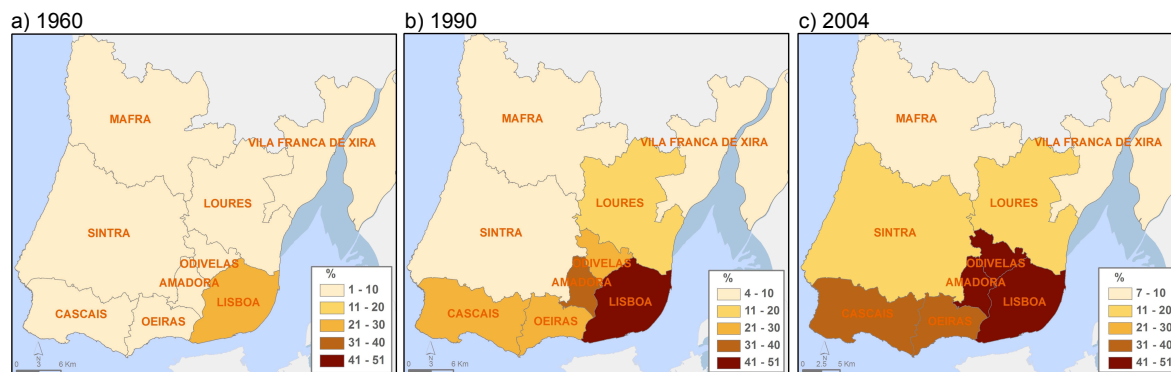
Embora tenhamos períodos de análise de diferente amplitude, i.e., 30 anos para o período entre 1960 e 1990 e 14 anos para o período entre 1990 e 2004, as percentagens de crescimento da área de construído não deixam de ser bastante significativas. Nas primeiras três décadas registou-se um aumento de 229,08%, o que corresponde a uma variação média anual de 7,64%. Já nos últimos 14 anos de análise registou-se um aumento de 44,92% com uma taxa média anual de 3,21. Estes valores vão de encontro às tendências observadas nas dinâmicas do total de edifícios e alojamentos anteriormente referidas. De facto, se olharmos para o peso relativo do construído de cada concelho, no total de construído da AML, em 1960, 1990 e 2004, verifica-se que o município de Sintra tem assumido um papel cada vez mais significativo no contexto da aglomeração de Lisboa (Figura 9). Em contrapartida, a diminuição do peso relativo do concelho de Lisboa demonstra bem a tendência para a ocupação das periferias da cidade.

Figura 9 – Peso relativo do construído de cada concelho no total da AML



A análise concelhia dos dados de construído permite-nos ainda encontrar indícios de que a ocupação do território e a compactação do espaço disponível tem seguido a direcção centro-periferia, o que mais uma vez indicia a tendência de dependência da evolução das áreas construídas em função de um qualquer tipo de distância ainda por definir (Figura 10).

Figura 10 – Percentagem de construído no total de área de cada concelho



Importa agora analisar a estrutura espacial da distribuição das manchas de construído nos três períodos em análise, com o objectivo de encontrar não apenas tendências gerais de evolução mas também verificar comportamentos e propriedades do sistema territorial que comprovem a hipótese de partida de que estamos perante um sistema complexo.

3.2. As áreas construídas da margem Norte da Área Metropolitana de Lisboa - evidências empíricas de complexidade

3.2.1.A Distância e a Não linearidade na distribuição do construído

Compreender a distribuição de fenómenos no espaço, e no tempo, sempre foi umas das principais actividades do geógrafo. O conceito de dependência espacial, expresso no princípio conhecido como a primeira lei da Geografia (Tobler, 1970), diz-nos que objectos que são mais próximos tendem a ser mais similares do que os que estão mais afastados. A dependência espacial englobará necessariamente as noções de correlação e auto-correlação espacial, positivas ou negativas, pelo que a leitura deste princípio deverá ter em conta que o balanço entre as “forças” de atracção e repulsão geram distribuições no espaço que co-existem em diferentes escalas e que no seu conjunto determinam as estruturas encontradas. Também as múltiplas interacções entre os factores que influem nos processos de formação territorial provocam distorções na distribuição das áreas construídas dado o maior ou menor grau de associação (variação espacial sistemática) e heterogeneidade espaciais (variação local). A presença destas duas variáveis induz a assumir que a evolução do território não será constante no espaço nem no tempo (i.e. os parâmetros que descrevem a sua variação não são constantes). A distribuição das áreas construídas deverá então apresentar um comportamento não linear, influenciado por determinantes espaciais (aqueles que permanecem quando eliminados todos os restantes factores de produção territorial), como a distância, a direcção e a hierarquia.

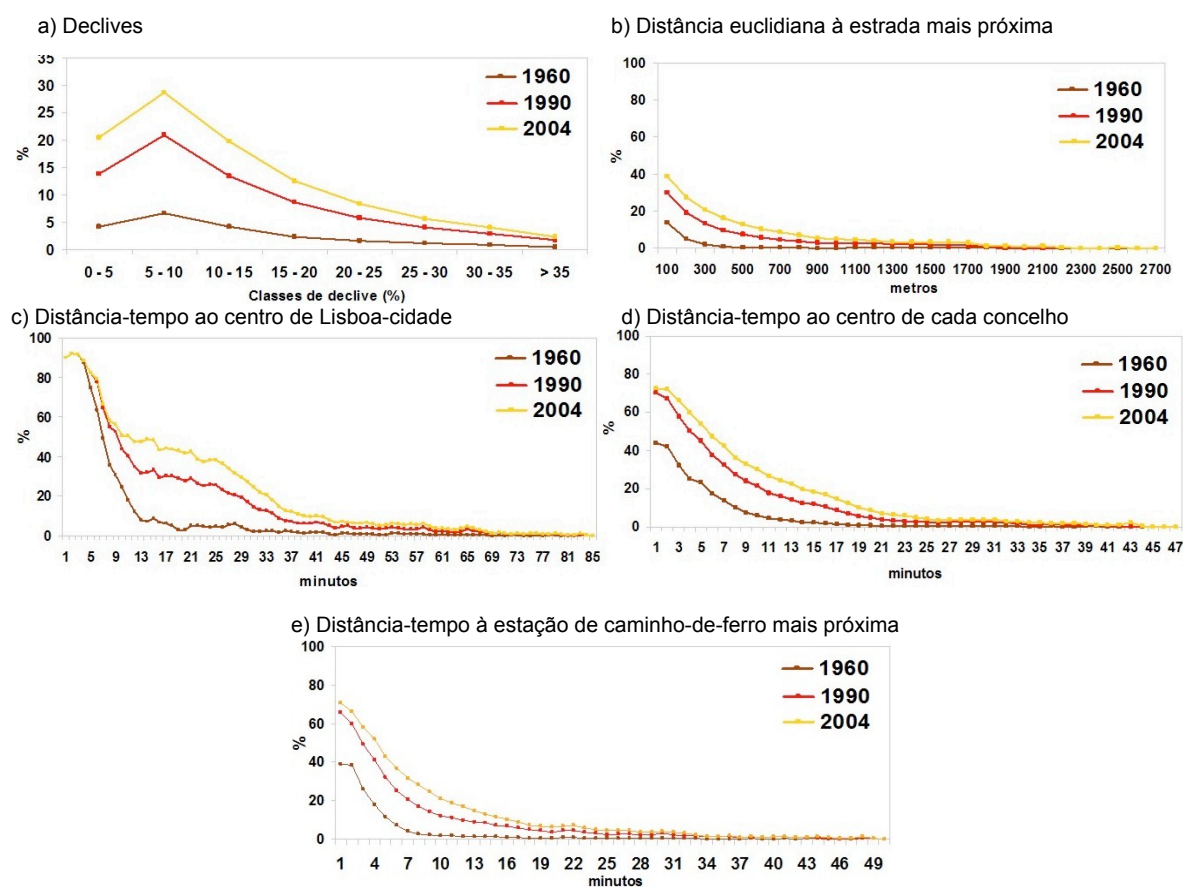
Numa primeira abordagem ao problema centrámo-nos na distribuição das áreas construídas em função da distância. A noção de distância apresenta diferentes dimensionalidades e por isso diferentes tipologias. Falk & Abler (1980) propõem três tipos, nomeadamente i) distâncias globais, na qual se conta o número de unidades de comprimento entre lugares, usualmente em milhas ou quilómetros, sendo estas invariantes no tempo, ii) distâncias de esforço (custo) onde se contam as unidades de esforço consumido no movimento entre dois lugares. Estas podem ser variantes no tempo pela evolução tecnológica, políticas de regulação, etc. Exemplos, são o custo monetário, combustível gasto, etc. iii) distâncias metafóricas que são medidas pelo número de contactos entre lugares num dado período de tempo, por exemplo nas distâncias sociais.

No caso estudado tomaram-se em conta três tipos de distância, nomeadamente: i) uma medida indirecta de distância esforço traduzida numa carta de declives (i.e., a um maior declive corresponde um maior esforço para construir); ii) a distância-tempo (em minutos) ao centro de

Lisboa, ao centro de cada concelho e à estação de caminho de ferro mais próxima e iii) a distância euclidiana à estrada mais próxima. Deve acrescentar-se que a distância-tempo foi calculada com base na rede viária da década de 60, tendo-se optado pela sua não actualização, nesta primeira fase. Para esta tomada de decisão concorrem vários aspectos. Primeiro, a noção de contracção do espaço (Janelle, 1968, 1969), resultado de inovações tecnológicas ao nível dos transportes é criticável, sobretudo em pequenas/médias distâncias, como o são as deslocações pendulares, face à emergência de fenómenos como a congestionamento de tráfego (Knowles, 2006). Segundo, não é claro que os processos que apresentam variações temporais e espaciais no espaço topográfico, mantenham as mesmas características quando analisados num enquadramento espaço-temporal (Bretagnolle et al, 2001). Isto é, considere-se por exemplo a dispersão do construído. Será esta dispersão um fenómeno emergente dos actuais processos de ocupação do território, ou será meramente um mesmo processo que sempre existiu e portanto permanece subjacente ao crescimento das cidades, embora numa perspectiva (escala) actual o seu contributo para a ocupação do território adquira novos contornos e consequências?

A distribuição da percentagem de cada unidade de distância ocupada por construído, em cada momento temporal (figura 11) permite-nos constatar algumas tendências de comportamento. Como seria de esperar verifica-se uma predominância do construído em áreas com declives fracos, sensivelmente até aos 15%, com clara dominância dos declives entre 5 e 10%, sendo esta classe a que registou maior aumento entre os três anos em análise. Fica claro também que apenas 30% das áreas com declives associados entre os 5 e 10% estão ocupadas com construído em 2004, representando estas apenas 15,4% do total de áreas disponível, contra 44,3% de áreas com declives de 0 a 5%.

Figura 11 – Superfície de cada unidade de distância ocupada por construído (1960, 1990 e 2004)



A proximidade às estradas manteve-se um factor de atracção na espacialização das áreas construídas. Sensivelmente 95% do construído de 1960 encontra-se até 300 metros, o de 1990 até 700 metros e o de 2004 até 800 metros. Contudo pela figura 11b verifica-se que as taxas de

ocupação de cada unidade de distância são relativamente baixas. Isto significa que o construído não segue uma ocupação predominantemente linear ao longo das estradas, pelo que outros factores devem interagir com esta distribuição.

A distribuição do construído pela distância-tempo (minutos) ao centro de Lisboa⁸ é a que apresenta maior variação nos três anos em análise. As elevadas taxas de ocupação do núcleo consolidado sofreram poucas alterações, ao contrário da coroa periférica mais próxima de Lisboa (sensivelmente entre os 10 e 40 minutos) que registou um aumento significativo. Descendo na escala de análise verifica-se também que os centros de cada concelho têm agido como pólos atractores de construído, na medida em que as taxas de ocupação de cada unidade de medida próximas do centro aumentaram significativamente (de pouco mais de 40% para valores perto dos 70%). Um comportamento similar é registado na distribuição do construído face à estação de caminho-de-ferro mais próxima. Face a estes resultados parece evidente que a distância funciona ainda como um determinante da ocupação do território, embora se caracterize por uma distribuição não-linear na medida em que interagem de forma conjugada diferentes “centros” polarizadores de construção, pelo que importa no futuro analisar estas interdependências.

3.2.2. Hierarquias na organização espacial do construído

Numa abordagem aos sistemas complexos as hierarquias podem ser um fenómeno emergente do comportamento auto-organizado das componentes de um sistema complexo – não sendo portanto pré-definidas. Será possível encontrar evidências de uma organização hierárquica na distribuição das áreas construídas na margem Norte da AML?

Como já referido na primeira parte deste artigo, os comportamentos em lei de potência permitem-nos identificar padrões hierárquicos associados a determinados fenómenos. Por exemplo, no contexto da distribuição/organização de sistemas de cidades (Ioannides e Overman, 2003; Batty, 2003; Pumain, 2004), em função do total de população, é comum utilizar-se a denominada ou a regra do *rank-size*, a qual nos diz que ordenando o conjunto de cidades em função do maior número de população, a segunda cidade terá uma população $\frac{1}{2}$ da primeira, a terceira cidade $\frac{1}{3}$ e assim por diante. Ou seja, a dimensão de uma cidade será inversamente proporcional à sua posição na lista ordenada de cidades (*rank*). Esta relação é dada por:

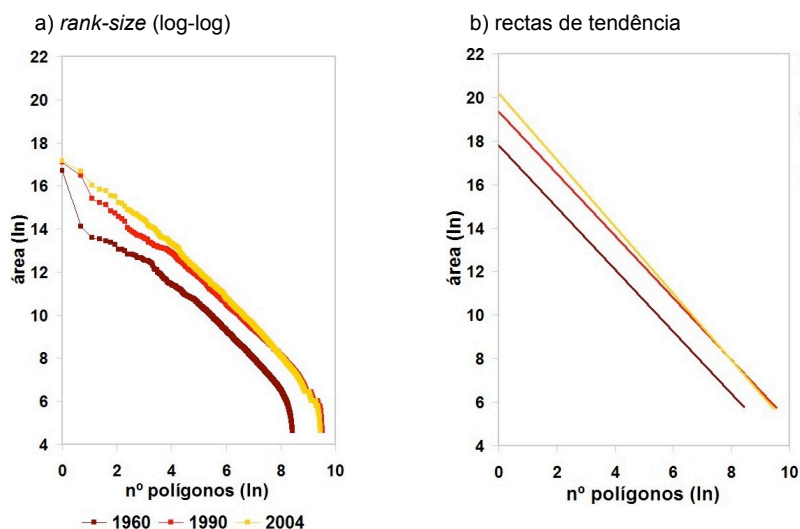
$$y = bx^{\alpha} \quad (3)$$

Onde y é o total de população da cidade, x a ordem (*rank*) da cidade na lista ordenada, sendo b e α constantes a determinar. A transformação logarítmica de (3) conduz a uma representação gráfica associada a uma recta com declive α e intersecção na origem definida por b :

$$\ln y = \alpha(\ln x) + \ln b \quad (4)$$

Adaptando as equações (3) e (4) para os dados referentes às áreas de construído associamos a y a área de cada polígono e a x o número de polígonos com área maior ou igual a y (figura 12a). No geral, as distribuições encontradas, que exibem um comportamento em bom acordo com as equações (3) e (4), sugerem a presença de uma hierarquia na distribuição de áreas de construído no território, que poderão ser resultado de processos de auto-organização, já que não se conhecem planos ou instrumentos de planeamento e ordenamento do território que tivessem expressamente delineado este tipo de organização.

⁸ A definição de um centro é sempre matéria de discussão, na medida em que a noção de centro pode ter diferentes interpretações dependendo do tipo de estudo em causa. Numa mesma cidade podem ser definidos diferentes centros, como o centro geométrico ou o centro funcional, por exemplo, podendo a localização destes mesmos centros variar no tempo. Uma vez que esta discussão extravasa os objectivos do presente artigo, limitamo-nos a referir que o centro aqui considerado é representativo dos paços do concelho de Lisboa (próximo do Terreiro do paço).

Figura 12 – Distribuição rank-size das áreas de construído, AMLNorte (1960, 1990 e 2004)

Deve-se no entanto salientar que os dados de 1960 apresentam nas hierarquias superiores um desvio significativo da linearidade prevista. Estes parecem estar mais de acordo com as evidências encontradas por Jefferson (1939) e que estão na base da Lei da Cidade Primária, na qual a primeira cidade de um país terá uma dimensão (em população), pelo menos, duas vezes superior à da segunda cidade. De facto constata-se que o maior polígono (correspondente à cidade de Lisboa) é, em 1960, 13 vezes maior (em área) do que o segundo. Esta ordem de grandeza já não se verifica nos dois períodos posteriores – o maior polígono apresenta uma fraca taxa de variação (embora positiva) e os restantes polígonos taxas significativas de crescimento.

Por sua vez, o número finito de polígonos de baixa área está na origem do desvio relativamente ao comportamento expectável no extremo inferior da figura. A determinação dos parâmetros b e α (figura 12b e tabela 3) revela que será necessário no futuro um melhor tratamento estatístico dos dados, na medida em que os dados foram adquiridos tendo em conta todos os polígonos, sendo que uma determinação mais fiável de b e α sugerem que sejam retirados da amostra os polígonos com área inferior a $y = 6$ (~400m²) e comparando diferentes estimadores para além dos mínimos quadrados, como indicado por Ioannides e Overman (2003).

Tabela 3 – Parâmetros estimados da lei de potência

	R^2	α	P'	P
1960	0,954	-1,42	17,79	16,68
1990	0,973	-1,43	19,34	17,07
2004	0,979	-1,53	20,20	17,13

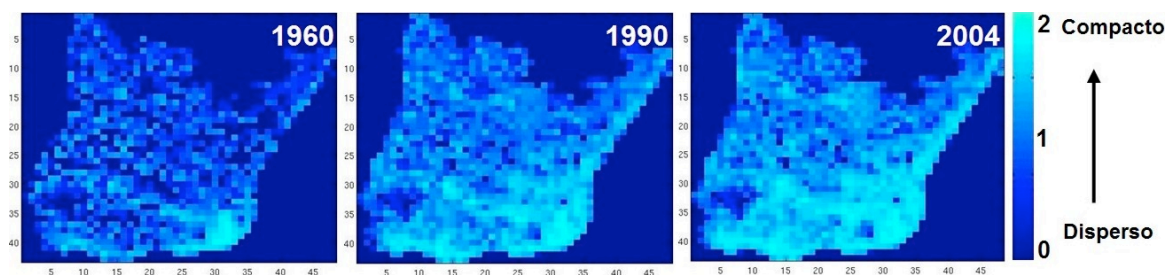
Estes primeiros resultados vão também ao encontro de evidências encontradas para a distribuição das áreas de construído na cidade de Telavive (Benguigui *et al*, 2006), com α de -0,99, -1,15 e -1,56 para 1952, 1974 e 2000, respectivamente ou Munique que em 1965 apresentava $\alpha = 1,23$ (Schweitzer e Steinbrink, 1998).

3.2.3. Comportamento Fractal

A análise do comportamento fractal das áreas construídas permite relacionar os padrões morfológicos do espaço construído e os processos de organização das estruturas espaciais encontradas (Frankhauser, 2004), em cada escala de análise. À escala macro (margem Norte da AML) a medida da dimensão fractal permite-nos estabelecer algumas tendências ocorridas nos três momentos temporais em análise sobre as grandes formas de ocupação do território,

nomeadamente o compacto e o disperso. Para o cálculo da dimensão fractal é conveniente converter os dados vectoriais em matrizes de células de 10x10 metros. A dimensão fractal⁹ local, é então calculada para cada sub-matriz de 1000x1000 metros (figura 13).

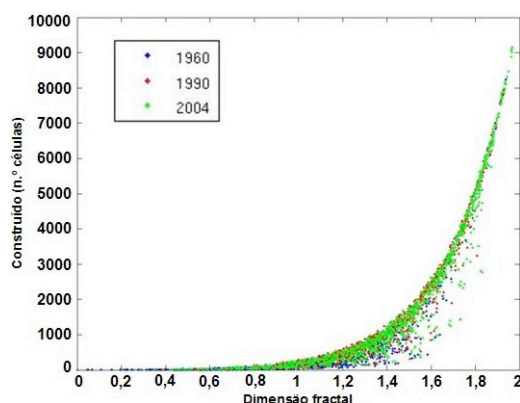
Figura 13 – Dimensão fractal local



A sequência de imagens permite-nos constatar um aumento generalizado da dimensão fractal nas sub-matrizes, e por conseguinte do grau de compacticidade, a partir do centro dominante (Lisboa-cidade) e em direcção às várias periferias. As sub-matrizes com maior dimensão fractal serão também aquelas onde existe maior número de células de construído, como fica patente no gráfico da figura 14, onde se representa a relação que existe em cada sub-matriz entre a área de construído e a respectiva dimensão fractal, sendo que, nesta figura, a dependência espacial da dimensão fractal foi eliminada.

A distribuição da figura 14 sugere a presença de um sistema multi-fractal que importa analisar no tempo. Isso permite calcular o limite superior da distribuição encontrada na figura (ou seja, a curva envolvente superior) que impõe que, atingido o limite máximo de construído em determinada dimensão fractal (i.e., atingida a envolvente) essa mesma sub-matriz só poderá evoluir através do aumento simultâneo (mas restringido pela curva envolvente) das suas dimensão fractal e área construída (deslocando-se para a direita e para cima, gráfico), ou então através do aumento apenas da sua dimensão fractal (deslocando-se para a direita do gráfico). Se a mesma célula não tiver atingido ainda o limite superior então poderá deslocar-se também, por exemplo, para a esquerda do gráfico o que significa uma diminuição da dimensão fractal, mesmo com o inevitável aumento da área construída, reflectindo ou um aumento da dispersão no construído ou uma evolução para um padrão de ocupação mais linear (por exemplo ao longo das vias de comunicação).

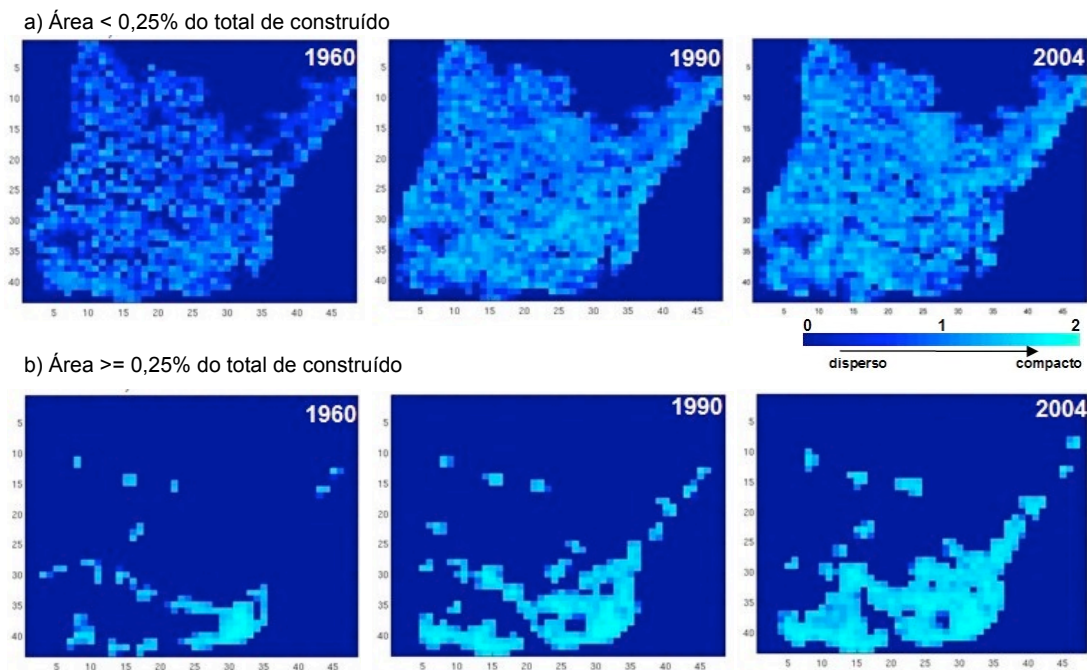
Figura 14 – Gráfico de dispersão entre a área construída e a dimensão fractal



9 Para o cálculo da dimensão fractal utilizou-se o método do *box-counting*, que consiste em contar o número de células de lado ϵ necessárias para englobar o total de área construída. O processo é repetido para $\frac{\epsilon}{2}; \frac{\epsilon}{4}; \frac{\epsilon}{8}$, etc. A dimensão fractal será o declive da relação linear (em escala logarítmica) entre o número de células (de lado ϵ) necessárias para ocupar o conjunto de áreas construídas e ϵ .

Das distribuições analisadas parece ficar claro que no sistema em análise co-existem dois tipos de regimes, nomeadamente áreas que no período inicial revelavam já um forte grau de compacticidade (que se consolidou) e o restante território que apresenta uma forte tendência para a dispersão. Numa primeira tentativa de identificar e localizar as sub-matrizes que caracterizam um e outro regime, seleccionaram-se os polígonos de construído cuja proporção de área, face ao total de cada ano, seja inferior ou superior a 0,25% (figura 15)¹⁰.

Figura 15 – Dimensão fractal para dois regimes de ocupação do território



A identificação dos dois regimes permite lançar algumas pistas e questões sobre a organização do território nomeadamente sobre a problemática, actualmente pertinente, face à alteração e revisão do PROT-AML (Plano Regional de Ordenamento do Território da AML), respeitante ao controlo dos perímetros urbanos. Especificamente, no que concerne a questão de se deve ser utilizada uma mesma medida de referência para todo o território, ou se, em contrapartida se devem ponderar os limites à construção urbana em áreas onde predomine um ou outro regime. A resposta a esta questão não pode ainda ser dada de forma inequívoca na medida em que será necessário estudar outras propriedades como por exemplo a velocidade de crescimento, em função da dimensão fractal em ambos os regimes.

4. Considerações Finais

O estudo dos sistemas complexos tem permitido entender sistemas abertos e dinâmicos com muitos graus de liberdade de uma forma multidisciplinar e holística. As propriedades dos sistemas complexos apresentadas no primeiro ponto deste artigo permitem-nos olhar de uma nova forma para as dinâmicas associadas com o crescimento e evolução dos territórios na sua macro-escala (i.e., o conjunto das áreas construídas).

O conjunto de planos e políticas de planeamento e ordenamento do território que precederam ou que acompanharam o crescimento destas áreas nos últimos 40 anos não justificam por si só o tipo de padrões e estruturas morfológicas encontradas. Da análise

¹⁰ Nesta primeira fase o valor 0,25% é apenas uma medida empírica que ainda necessita de validação. Numa segunda fase procurar-se-á a definição explícita da percentagem, ou um outro limite, que separe os dois regimes.

efectuada parecem ressaltar assinaturas de complexidade na evolução do sistema analisado nomeadamente a não linearidade na distribuição do construído face a diferentes tipos de distância, a dependência histórica no caminho tomado pelas áreas construídas mais antigas, a hierarquia de áreas de construído em função da dimensão das mesmas (resultantes de processos de auto-organização) e finalmente estruturas espaciais com comportamento fractal que parecem identificar uma relação entre a morfologia destas áreas e os diferentes processos de produção do tecido construído.

5. Agradecimentos

Este trabalho foi realizado no âmbito de uma bolsa de doutoramento financiada pela Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) e de uma bolsa de Investigação da Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNL, CENTRIA - *Centre for Artificial Intelligence of UNL*.

6. Referências Bibliográficas

Arthur, B. (1989) Competing Technologies, Increasing Returns, and Lock-In by Historical Events. *The Economic Journal*, Royal Economic Society, Volume 99, pp. 116 - 131.

Ashby, W. R. (1962) Principles of the self-organizing system. In: Von Foerster, H.; Zopf, G. W. (eds.) *Principles of Self-Organization: Transactions of the University of Illinois Symposium*, Pergamon Press, London, pp. 255-278. Re-editado em *E:CO Special Double Issue – classical papers*, Complexity Society, Institute for the Study of Coherence and Emergence, and Cognitive Edge, Volume 6, 2004 pp. 102-126.

Axelrod, R. (1984) *The Evolution of Cooperation*. Basic Books Inc, Publishers, New York.

Bak, P.; Paczuski, M. (1995) Complexity, contingency, and criticality. *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA*, Volume 92, pp. 6689-6696.

Bak, P.; Tang, C.; Wiesenfeld, K. (1987) Self-Organized criticality: an explanation of 1/f noise. *Physical Review Letters*, Volume 59, pp. 381 – 384.

Batty, M. (2003) The Emergence of Cities: Complexity and Urban Dynamics. Centre for Advanced Spatial Analysis – Working Paper Series, N.º 64, University College London, London, Julho, http://www.casa.ucl.ac.uk/working_papers/paper64.pdf [Acedido em 16 de Outubro de 2010]

Benguigui, L.; Blumenfeld-Lieberthal, E. ; Czamanski, D. (2006) The dynamics of the Tel Aviv morphology. *Environment and Planning B: Planning and Design*, Volume 33, pp. 269 – 284.

Bretagnolle, A.; Paulus, F.; Pumain, D. (2001) Time and space scales for measuring urban growth. *Cybergeo: European Journal of Geography*, Colloquium on Quantitative and Theoretical Geography. St-Valery-en-Caux, France, September 7-11, St-Valery-en-Caux, France, n.º 219. URL : <http://cybergeo.revues.org/index3790.html> [Acedido em 24 de Outubro de 2010].

Brown, J. H.; West, G. B (eds.) *Scaling in Biology*. Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity, Oxford University Press, USA.

Castro, P. A. (2007) Rede Complexa e Criticalidade Auto-Organizada: Modelos e Aplicações. Dissertação de Doutoramento, Universidade de São Paulo, São Carlos.

Chen, K; Bak, P; Obukhov, S. P. (1991) Self-organized criticality in a crack-propagation model of earthquakes. *Physical Review A*, Volume 43, pp. 625 – 630.

Clar, S.;Drossel, B.; Schenk, K; Schwabl (1999) Self-organized criticality in forest-fire models. *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*, Volume 266, pp. 153 – 159.

Cliff, A. D.; Haggett, P. (1998) On Complex Geographical Space: Computing Frameworks for Spatial Diffusion Processes. In Longley, Paul A; Brooks, Sue M; McDonnell, Rachael;

Macmillan, Bill (eds.) *Geocomputaion – A Primer*. John Wiley & Sons, West Sussex, England, pp. 231-256.

Falk, T.; Abler, R. (1980) Intercommunications, Distance, and Geographical Theory. *Geografiska Annaler. Series B, Human Geography*, Volume 62, pp. 59-67.

Flake, G. W (1998) *The Computational Beauty of Nature*. Bradford, London.

Frankhauser, P. (2004) Comparing the morphology of urban patterns in Europe – a fractal approach. Borsdorf, A.; Zembri, P. (eds.) *European Cities – Insights on outskirts*, report COST Action 10 Urban Civil Engineering, Volume 2, Structures, pp. 79 – 105.

Gross, T.; Sayama, H. (edts.) (2009) *Adaptive Networks – Theory, Models and Applications*. Springer, Cambridge/Massachusetts

Guastello, S. J.; Liebovitch, L. S. (2009) Introduction to Nonlinear Dynamics and Complexity. Guastello, S. J.; Koopmans, M.; Pincus, D. (eds.) *Chaos and Complexity in Psychology. The Theory of Nonlinear Dynamical Systems*. Cambridge University Press, New York, pp. 1 - 10.

Hardin, G. (1968) The Tragedy of the Commons. *Science*, _Volume 162, pp. 1243 – 1248.

Helmberg, G. (2007) *Getting acquainted with fractals*. Walter de Gruyter, Berlin.

Ioannides, Y. I.; Overman, H. G. (2003) Zipf's law for cities: an empirical examination. *Regional science and Urban Economics*, Volume 33, pp. 127 – 137.

Janelle, D.G. (1968) Central place development in a time–space framework. *Professional Geographer*, Volume 20, pp. 5–10.

Janelle, D.G. (1969) Spatial reorganization: a model and concept. *Annals of the Association of American Geographers*, Volume 59, pp. 348–364.

Jefferson, M. (1939) The Law of the Primate City. *Geographical Review*, Volume 29, pp. 226 – 232.

Kallis, G. (2007) When is it coevolution? *Ecological EconomAscics*, Volume 62, pp. 1 - 6.

Kauffman, S. (1996) *At Home in the Universe: The search for the laws of self-organization and complexity*. Oxford University Press, USA

Knowles, R. D. (2006) Transport shaping space: differential collapse in time-space. *Journal of Transport Geography*, Volume 14, pp. 407 – 425.

Koch, von H. (1904) Sur une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire. *Arkiv för Matematik*, 1, pp. 608 – 704.

Lazer, D. Pentland, A.; Adamic, L.M; Aral, S.; Barabási, A-L.; Brewer, D.; Christakis, N.; Contractor, N.; Fowler, J.; Gutmann, M.; Jebara, T.; King, G; Macy, M; Roy, D.; Alstynne, M. V. (2009) Computational Social Science. *Science*, Volume 323, pp. 721 – 723.

Lewontin, R. (Fall 2008 edition) The Genotype/Phenotype Distinction, Edward N. Zalta (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, The Metaphysics Research Lab, Center for the Study of Language and Information, Stanford University, Stanford. <http://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/genotype-phenotype/> [Acedido em: 16 de Outubro de 2010].

Longley, P.; Batty, M.; Shepherd, J. (1991) The Size, Shape and Dimension of Urban Settlements. *Transactions of the Institute of British Geographers, New Series*, Volume 16, pp. 75-94.

Mandelbrot, B. (1967) How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*, Volume 155, N.º 3775, pp. 636 – 638. doi: 10.1126/science.156.3775.636.

Mandelbrot, B. (1998) *Objectos Fractais – Forma, Acaso e Dimensão*. Fiolhais, Carlos; Luís, José Luís Malaquias (tradução da 3ª edição de 1989), Gradiva, Lisboa.

McDaniel, R. R.; Driebe, D. J. (2005) Uncertainty and Surprise: An Introduction. McDaniel, Reuben R.; Driebe, Dean J. (eds.) *Uncertainty and Surprise in Complex Systems – Questions on Working with the Unexpected*. Springer, The Netherlands, pp. 3 -11.

Meakin, P. (1998) *Fractals, scaling and growth far from equilibrium*. Cambridge University Press, Cambridge.

Nordbeck, S. (1971) Urban Allometric Growth. *Geografiska Annaler. Series B, Human Geography*. Swedish Society for Anthropology and Geography, Volume 53, pp. 54 – 67.

Norgaard, R. B. (1994) *Development betrayed – the end of progress and a coevolutionary revisioning of the future*. Routledge, New York.

Palla, G; Pollner, P.; Barabási, A-L; Vicsek, T. (2009) Social Group Dynamics in Networks. In: Gross, T.; Sayama, H. (eds.) *Adaptive Networks – Theory, Models and Applications*. NECSI Cambridge/Massachusetts, Springer, New York, pp. 11 - 38.

Peitgen, H.-O.; Jürgens, H.; Saupe, D. (2004) *Chaos and Fractals – New Frontiers of Science*. Second Edition, Springer-Verlag, New York.

Pereira, M. (1986) Urbanização e Planeamento na Periferia de Lisboa. Prova científica das provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.

Pumain, D. (2004) Scaling laws and urban systems. Working Papers of Santa Fe Institute, Santa Fe Institute, p. 26. <http://www.santafe.edu/research/publications/workingpapers/04-02-002.pdf> [Acedido em 16 de Outubro de 2010]

Richardson, L. F. (1961) The problem of contiguity: an appendix of statistics of deadly quarrels. *General Systems Yearbook*, Volume 6, pp. 139 – 187.

Ruelle, D. (1994) *O acaso e o caos*. Relógio D'Água, Lisboa.

Santos, F. C.; Santos, M. D.; Pacheco, J. M. (2008) Social diversity promotes the emergence of cooperation in public goods games. *Nature Letters*, Volume 454, pp. 213 – 217.

Schweitzer, F.; Steinbrink, J. (1998) Estimation of megacity growth. Simple rules versus complex phenomena. *Applied Geography*, Volume 18, pp. 69 – 81.

Sigmund, K. (2010) *The Calculus of Selfishness*. Princeton University Press.

Sober, E. (2000) The Two Faces of Fitness. Singh, R. S.; Costas B. K.; Diane B. P.; Beatty, J. (eds.) *Thinking about Evolution: Historical, Philosophical and Political Perspectives*, a Festschrift for Richard C. Lewontin. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 309 – 321.

Tobler, W. R. (1970) A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. *Economic Geography*, Volume 46, pp. 234 - 240.

Waldrop, M. M. (1992) *Complexity – the emerging science at the edge of order and chaos*. Simon&Schuster, New York.

Winder, N.; McIntosh, B. S.; Jeffrey, P. (2005) The origin, diagnostic attributes and practical application of co-evolutionary theory. *Ecological Economics*, Volume 54, pp. 347 – 361.